

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Ingrid Lukić

Zagreb, 2013.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Bojan Jerbić, dipl. ing.

Studentica:

Ingrid Lukić

Zagreb, 2013

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Koristim ovu priliku da se zahvalim svojim roditeljima na podršci koju su mi pružali za vrijeme studija.

Posebno bi htjela zahvaliti prof. dr. sc. Bojanu Jerbiću sa Fakulteta strojarstva i brodogradnje na pruženoj stručnoj pomoći te asistentu dr. sc. Petru Ćurkoviću na pruženoj motivaciji i savjetima prilikom izrade Diplomskog rada.

Zahvaljujem se svojim prijateljima i kolegama sa Fakulteta strojarstva i brodogradnje koji su mi studentske dane učinili bezbolnijim i ljepšim.

Ingrid Lukić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student:

Mat. br.:

Naslov rada na
hrvatskom jeziku:

Naslov rada na
engleskom jeziku:

Opis zadatka:

Zadatak zadan:

Rok predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Zvonimir Guzović

SADRŽAJ

POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD	1
1.2. Heuristički i metaheuristički algoritmi	2
2. OPTIMIZACIJA KOLONIJOM MRAVA	3
2.1. Evolucijsko računanje	3
2.2. Mravi u prirodi	4
2.4. Eksperiment s dvokrakim mostom	8
3. OSNOVNI ALGORITAM OPTIMIRANJA MRAVLJOM KOLONIJOM	13
3.2. Ideja osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava	15
3.3. Matematički model	17
4. IMPLEMENTACIJA OSNOVNOG ALGORITMA OPTIMIRANJA MRAVLJOM KOLONIJOM	19
4.1. Inicijalizacija	19
4.2. Prva skupina mrava	20
4.4. Isparavanje feromona	26
4.5. Vidljivost izvora hrane	26
4.6. Rang lista	27
5. INTERPRETACIJA REZULTATA	28
5.1. Različi broj mrava	28
5.1.1. Vidljivost	32
5.2. Brzina isparavanja feromona ρ	36
5.2.1. Različiti broj mrava	37
5.3. Povećavanje polja	41
5.3.1. Trag feromona	44
6. PRIMJENA ACO ALGORITAMA	46
7. ZAKLJUČAK	54

LITERATURA.....	55
DODATAK	56
PRILOZI	59

POPIS SLIKA

Slika 2.1	Dijagramski prikaz evolucijskog računanja	4
Slika 2.2	Shematski prikaz mrava u potrazi za hranom.....	5
Slika 2.3	Mravi u prirodi [5]	6
Slika 2.4	Mravi na dvokrakom mostu [6]	8
Slika 2.5	Shematski prikaz dvokragog mosta	9
Slika 2.6	Prikaz mosta sa krakovima različitih duljina.....	10
Slika 2.7	Odvajanje kraćeg kraka.....	10
Slika 3.1	Pseudo kod osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava	16
Slika 4.1	Grafički prikaz mrava	20
Slika 4.2	Dijagram toka algoritma za prvu skupinu mrava	21
Slika 4.3	Grafički prikaz mravljeg susjedstva	23
Slika 4.4	Shematski prikaz raspodjele mrava	24
Slika 4.5	Dijagram toka algoritma za drugu skupinu mrava.....	24
Slika 4.6	Dijagram toka cjelokupnog algoritma	25
Slika 5.1	Dijagramski prikaz koraka za 10 mrava.....	29
Slika 5.2	Dijagramski prikaz koraka za 50 mrava.....	29
Slika 5.3	Dijagramski prikaz koraka za 100 mrava.....	30
Slika 5.4	Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava.....	30
Slika 5.5	Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava.....	31
Slika 5.6	Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava.....	31
Slika 5.7	Dijagramski prikaz koraka za 10 mrava.....	33
Slika 5.8	Dijagramski prikaz koraka za 50 mrava.....	33
Slika 5.9	Dijagramski prikaz koraka za 100 mrava.....	34
Slika 5.10	Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava.....	34
Slika 5.11	Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava.....	35
Slika 5.12	Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava.....	35
Slika 5.13	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 10 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 50 mrava	37
Slika 5.14	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 100 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 500 mrava	38
Slika 5.15	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava	38
Slika 5.16	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 10 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 50 mrava	39

Slika 5.17	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 100 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 500 mrava	40
Slika 5.18	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava	40
Slika 5.19	Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava	42
Slika 5.20	Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava	42
Slika 5.21	Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava	43
Slika 5.22	Dijagramski prikaz koraka za 3000 mrava	43
Slika 5.23	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 500 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava	44
Slika 5.24	Lijevo – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 3000 mrava	44
Slika 6.1	TSP za 30 gradova	50
Slika 6.2	TSP za 40 gradova	50
Slika 6.3	Dijagram toka algoritma za upravljanje mobilnim robotom [11]	53

POPIS TABLICA

Tablica 5.1	Rezultati mjerenja za različiti broj mrava	28
Tablica 5.2	Rezultati mjerenja za vidljivost.....	32
Tablica 5.3	Rezultati mjerenja za različiti broj mrava na većoj udaljenosti hrane gnijezda	41
Tablica 6.1	Primjena ACO algoritama za statičke probleme [8]	47
Tablica 6.2	Primjena ACO algoritama za dinamičke probleme [8]	48

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
l_s	cm	Duljina kraće grane
l_l	cm	Duljina dulje grane
τ_{ij}	-	Trag feromona
p_{ij}^n	-	Vjerojatnost kojom mrav odabire put
v	cm/s	Brzina kretanja mrava na mostu
r	-	Omjer kraće i dulje grane
t_s	s	Vrijeme potrebno da mrav prijeđe kraću granu
$p_{ia}(t)$	-	Vjerojatnost odabira pojedine grane
$\varphi_{ia}(t)$	-	Trag feromona na grani
$p_{is}(t)$	-	Vjerojatnost odabira kraće grane
$p_{il}(t)$	-	Vjerojatnost odabira dulje grane
ψ	-	Ukupni broj mrava
φ_{is}	-	Trag feromona na kraćoj grani
φ_{il}	-	Trag feromona na duljoj grani
i, j	-	Čvorovi
G	-	Graf
N	-	Skup čvorova na grafu
A	-	Skup linija koje povezuju čvorove
ρ	-	Brzina isparavanja feromona
L	-	Duljina pronađenog puta pojedinog mrava
α	-	Važnost traga
β	-	Važnost vidljivosti
η	-	Vidljivost između trenutne pozicije mrava i hrane/gnijezda
m	-	Mrav iz druge skupine

SAŽETAK

U okviru rada prikazan je teoretski dio osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava (eng. *Basic ant colony optimization*) te praktični koji se sastoji od izrade algoritma u programskom sučelju MatLab i provođenja testiranja na samome algoritmu.

U sklopu teoretskog dijela opisana je osnovna ideja optimiranja kolonijom mrava te ponašanje mrava u prirodi koji su poslužili kao inspiracija za stvaranje metaheuristike koja danas bilježi brojne primjene. Opisan je matematički model prema kojem se odvija nasumična pretraga prostora koju obavlja kolonija mrava u potrazi za hranom te kronološka podjela primjene inačica algoritma za statičke i dinamičke probleme.

U sklopu praktičnog rada načinjen je osnovni algoritam optimiranja kolonijom mrava te je opisana sama implementacija kao i rezultati testiranja koji su dobiveni mijenjanjem različitih parametara poput različite udaljenosti između hrane i gnijezda, brojnosti mrava te brzine isparavanja feromona. U programskom sučelju MatLab, virtualni mravi slobodno lutaju grafom u potrazi za hranom te polažu feromon kada se vraćaju od hrane u gnijezdo, pritom se bilježi samo najbolji put mrava, čime se postiže konvergencija prema idealnom putu od gnijezda do hrane.

Ključne riječi: Optimizacija kolonijom mrava, ponašanje mrava u prirodi, matematički model optimiranja kolonijom mrava, primjena optimiranja kolonijom mrava

SUMMARY

This paper presents a theoretical basis of the basic algorithm for ant colony optimization. and a practical application of the algorithm, which consists of implementing the algorithm with the MatLab programming interface, as well as testing that implementation.

The theoretical part describes the basic idea of the ant colony optimization and the behavior of ants in nature, which served as inspiration for the creation of metaheuristics that has numerous applications today. A mathematical model describing the ant colony randomly scouting the surrounding area searching for food is presented, as well as a chronological division of algorithm application on static and dynamic problems.

In the practical part of the paper, a basic algorithm for ant colony optimization was designed. Additionally, the paper describes the implementation of the algorithm and presents the test results obtained by measuring various parameters, such as the distance between the food and the nest, the size of ant population and pheromone evaporation intensity.

Virtual ants roam the free graph in the Matlab programming interface, and search for food sources. They lay pheromones when returning with the food to the nest. Only the best path is recorded, which serves to enable the convergence to the ideal path from the nest to the food source.

Key words: Ant colony optimization, ants behavior in nature, mathematical model of ant colony optimization, ant colony optimization applications

1. UVOD

U ovom radu obrađuje se osnovni algoritam optimiranja mravljom kolonijom (eng. *Basic ant colony optimization*) koji je najuspješniji primjer među algoritmima inspiriranih ponašanjem mrava unutar kolonije.

Ovi algoritmi su jedni od najznačajnijih primjeraka inteligentih sustava roja (eng. *Swarm intelligent systems*) i primjenjuju se za različite vrste problema, od rutiranja u telekomunikacijskim mrežama do klasičnog rješavanja problema trgovačkog putnika. Prvi algoritam koji se može klasificirati u tu skupinu algoritama prezentiran je 1991. godine i od tada postoje različite varijante koje se mogu pronaći u literaturi.

Optimizacija kolonijom mrava je metaheuristika u kojoj kolonija umjetno stvorenih mrava sadrži kooperativne jedinice koje su u potrazi za najboljim rješenjem složenog, diskretnog optimizacijskog problema. Mravlji algoritmi su sustavi sa više agenata u kojima se ponašnje svakog pojedinog agenta pod nazivom „umjetni mrav“ temelji na prirodnom ponašanju stvarnih mrava. Osnovna zadaća ACO algoritama je pronalaženje računalnih resursa pomoću skupa virtualnih mrava koji komuniciraju indirektno pomoću *umjetne stigmetrije*.

Cilj ovog rada je načiniti osnovni algoritam optimiranja kolonijom mrava u programskom okruženju MatLab te komentirati konvergenciju i rezultate za određene parametre, poput, broja mrava, jačine isparavanja feromona te vidljivosti izvora hrane ili gnijezda.

Rad čini pet poglavlja. U prva dva poglavlja pojašnjena je biološka osnova algoritma, ponašanje mrava u prirodi te ideja dvokrakog mosta na čijoj se osnovi temelji matematički model ACO algoritma koji je detaljnije pojašnjen u trećem poglavlju. U četvrtom poglavlju pojašnjena je implementacija algoritma u programskom okruženju MatLab te način izrade algoritma, a u petom poglavlju diskutirana je brzina konvergencije za različite parametre algoritma te su na temelju ove diskusije predloženi optimalni parametri algoritma kao i mogući nedostaci same implementacije. U posljednjem poglavlju su također pojašnjeni primjeri različitih vrsta ACO algoritama te njihova primjena za rješavanje različitih problema kao i primjena u robotici. ACO algoritmi mogu se primjenjivati za rješavanje dinamičkih i statičkih kombinatornih problema zbog toga je primjena ACO algoritma u radu obrađena u dva poglavlja u kojima su pojašnjeni dinamički i statički problemi.

1.2. HEURISTIČKI I METAHEURISTIČKI ALGORITMI

Heuristički algoritmi su algoritmi koji ne daju najbolje rješenje, ali mogu dati dobro rješenje u nekom vremenskom razdoblju. Primjenjuju se za pronalaženje okvirnih rješenja kada konvencionalne metode zakažu ili su prespore. Takvi algoritmi imaju relativno nisku računsku složenost, radi se o polinomijalnoj složenosti i ne jamče da će uspjeti pronaći optimalno rješenje. Često se zbog brzine gubi na kvaliteti, preciznosti i potpunosti rješenja.[1] Heuristički algoritmi mogu se podijeliti na dvije skupine:

Konstruktivski algoritmi: rješenja se grade korak po korak te na kraju konstruiraju cjelokupno rješenje. Brzi su, jednostavni i usko vezani uz problem koji rješavaju.[1]

Algoritmi lokalne pretrage: najčešće se javljaju uz neki konstruktivski algoritam i iterativnim postupkom pokušavaju poboljšati dobivena rješenja. Ovi su algoritmi za razliku od konstruktivskih mnogo sporiji, ali daju bolje rezultate. [1]

Metaheuristički algoritmi sadržavaju skup algoritamskih koncepata koji se primjenjuju za definiranje heurističkih metoda na način da iterativnim postupkom pokušavaju poboljšati postojeće rješenje s obzirom na neku evaluacijsku funkciju. Mogu pretražiti vrlo veliki prostor rješenja te nemaju pretpostavke o problemu čije rješenje optimiraju . [1]

2. OPTIMIZACIJA KOLONIJOM MRAVA

Osnovni algoritam optimiranja mravljom kolonijom spada u granu evolucijskog računanja, a karakteristike i svrha pojašnjene su u sljedećem poglavlju.

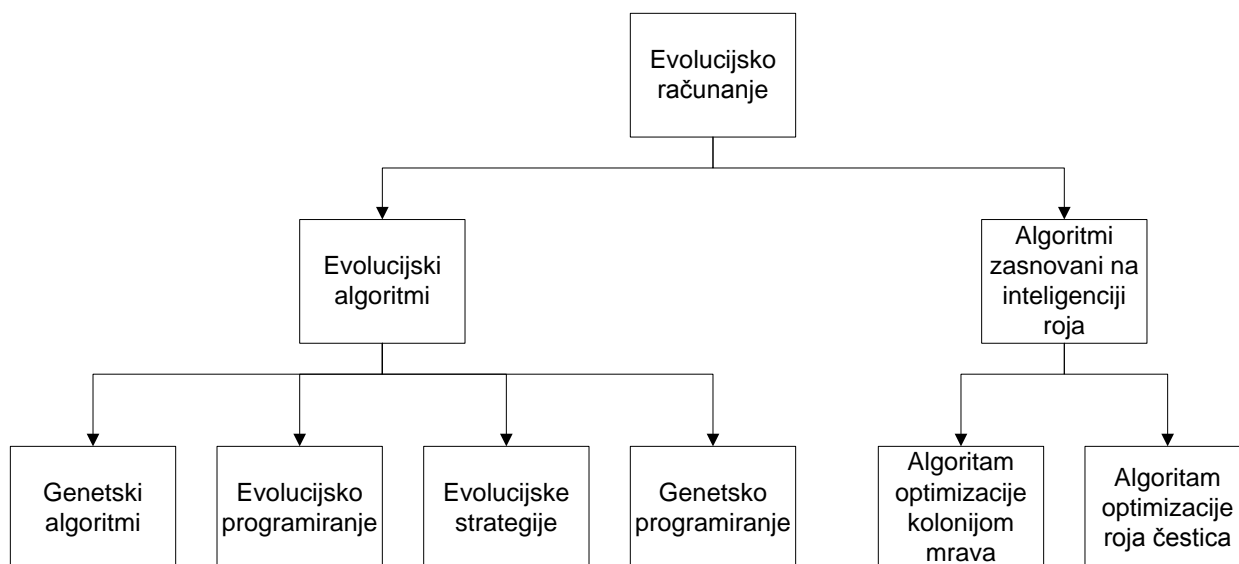
2.1. EVOLUCIJSKO RAČUNANJE

Evolucijsko računanje dio je umjetne inteligencije koji se bavi različitim složenim kombinatornim optimizacijskim problemima. Zbog svoje složenosti optimizacijske probleme ne možemo riješiti determinističkim metodama u kratkom vremenu jer postoji preveliki broj mogućih kombinacija. Često je potrebno mnogo vremena kod rješavanja optimizacijskih problema kako bi računalo prošlo sve moguće kombinacije, stoga se koristi evolucijsko računanje koje ne daje uvijek optimalno rješenje no moguće je doći do prihvatljivog optimalnog rješenja u kraćem vremenskom roku. Evolucijsko računanje dijeli se na dva područja:

1. Evolucijski algoritmi (eng. *Evolutionary algorithms*) i
2. Algoritmi zasnovani na inteligenciji roja (eng. *Swarm intelligence*). [2]

Evolucijski algoritmi rade s populacijom rješenja nad kojima se primjenjuju tzv. evolucijski operatori poput, selekcije, križanja, mutacije čime populacija iz generacije u generaciju postaje sve bolja. Evolucijski algoritmi dijele se na genetske algoritme, evolucijsko programiranje, evolucijske strategije te genetsko programiranje. [2]

Algoritmi zasnovani na inteligenciji roja temelje se na sociološko-psihološkim principima te se baziraju na populaciji rješenja. Ovi se algoritmi razlikuju od evolucijskih jer ne postoje evolucijski operatori, već se stvaraju novi individualni i socijalni faktori čime se stvaraju nova znanja i nove informacije. Najznačajniji algoritmi temeljeni na inteligenciji roja su: algoritam optimizacije kolonijom mrava te algoritam optimizacije roja čestica. [2] Podjela evolucijskog računanja slikovito je prikazana na slici 2.1.

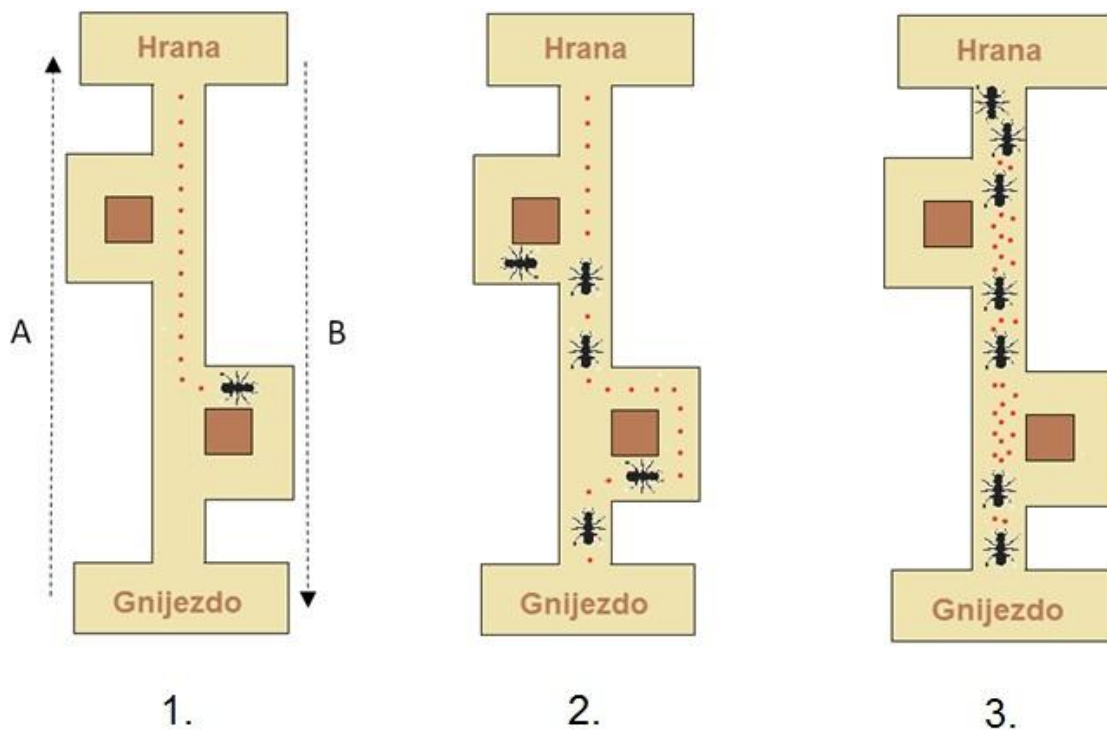


Slika 2.1 Dijagramski prikaz evolucijskog računanja

2.2. MRAVI U PRIRODI

Ideja o mravljem algoritmu proizašla je iz promatranja mrava u potrazi za hranom, u kojoj mravi, bića ograničenih kognitivnih sposobnosti uspjevaju zajedničkim snagama pronaći najkraći put između izvora hrane i gnijezda. Mravi su poluslijepi životinje te prilikom kretanja ne koriste osjetilo vida, već je njihovo kretanje uvjetovano socijalnom interakcijom među jedinkama. U prirodi, mravi slobodno lutaju, a nakon što pronađu izvor hrane te se krenu vraćati u gnijezdo, za sobom ostavljaju hormonski trag, feromone. [3] Ukoliko neki mravi pronađu put prema izvoru hrane ispuštat će feromone koje će ostali moći slijediti. Što više mrava pronađe hranu, to je trag feromona jači. Nakon nekog vremena trag feromona će izblijediti i time će se smanjivati privlačnost feromona drugim mravima.

Tijek ponašanja kolonije slikovito je pojašnjen na slici 2.2.



Slika 2.2 Shematski prikaz mrava u potrazi za hranom

1. Prvi mrav pronalazi izvor hrane nasumično birajući put kojim će se kretati kao što je prikazan na slici, tada se vraća u gnijezdo, ostavljajući za sobom trag feromona.
2. Mravi neselektivno slijede sve moguće puteve, no sve jači trag feromona na najkraćem putu sve ih više privlači.
3. Mravi se kreću najkraćim putem, ostale, duže staze postepeno gube trag feromona.

Mravi koriste okoliš kao medij za komunikaciju, ostavljajući za sobom trag feromona te na neindirektan način izmjenjuju informacije. Ovakav način izmjene informacija među jedinkama putem okoliša kao medija naziva se stigmetrija. [4]

2.3. RAZLIKE IZMEĐU PRAVIH I VIRTUALNIH MRAVA

Na slici 2.3 prikazani su biološki mravi u svom prirodnom staništu.



Slika 2.3 Mravi u prirodi [5]

Većina ideja za ACO potječe od bioloških mrava. To čini korištenje: 1) kolonije koja sadrži kooperativne jedinke, 2) (virtualni) trag feromona za lokalnu stigmetrijsku komunikaciju, 3) slijedove lokalne pretrage za pronalaženje najkraćeg puta i 4) postupak stohastičke odluke korištenjem lokalnih informacija. [3]

- 1) *Kolonija kooperativnih pojedinaca.* Kao i u pravim mravljim kolonijama, mravlji algoritmi sastoje se od populacije, ili kolonije, sa konkurentskim i asinkronim jedinkama koje međusobno surađuju kako bi pronašle „dobro rješenje“ za zadatak koji se traži. Složenost svakog virtualnog mrava je takva da može stvoriti moguće rješenje (kao što pravi mrav može na neki način pronaći put između gnijezda i hrane), rješenja visoke kvalitete su rezultat kooperativnih jedinki cijele kolonije.[3]
- 2) *Feromonski trag i stigmetrija.* Virtualni mravi mijenjaju neke aspekte okoline kao što to čine i pravi mravi. Dok biološki mravi polažu kemijski supstancu, feromon na mjesta koja posjećuju, virtualni mravi mijenjaju numeričke informacije lokalno pohranjene na mjesto problema koje posjećuju. Ova informacija uzima u obzir mravlju

trenutačnu provijest/radni učinak i može se očitati/napisati za svakog mrava u određenom položaju. U ACO algoritmima lokalni tragovi feromona su jedina komunikacija između mrava. Ovaj stigmetrijski način komunikacije igra glavnu ulogu u korištenju kolektivnog znanja. Najčešće se u ACO algoritmima dodaje mehanizam isparavanja feromona, koji je sličan pravom isparavanju feromona koji povremeno mijenja feromonsku informaciju. Isparavanje feromona omogućuje mravljnoj koloniji da polako zaboravlja svoju prošlost te na taj način može brzo dalje pretraživati nove smjerove bez da je uvjetovana prošlim odlukama. [3]

- 3) *Traženje najkraćeg puta.* Virtualni i pravi mravi dijele zajednički zadatak: pronaći najkraći put odlazeći iz gnijezda do destinacije gdje se nalazi hrana. Pravi mravi ne skaču, oni samo istražuju okolinu baš kao što to čine i virtualni mravi, krećući se korak po korak kroz „obližnja mjesta“ nekog problema. [3]
- 4) *Stohastičke odluke.* Virtualni mravi, kao i oni pravi grade rješenja primjenjujući probabilističke odluke za kretanje kroz obližnje položaje. Kao i kod bioloških mrava, ponašanje virtualnih, uvjetovano je korištenjem jedino lokalnih informacija te ne rabe mogućnost planiranja postupaka unaprijed za predviđanje budućih položaja. [3]

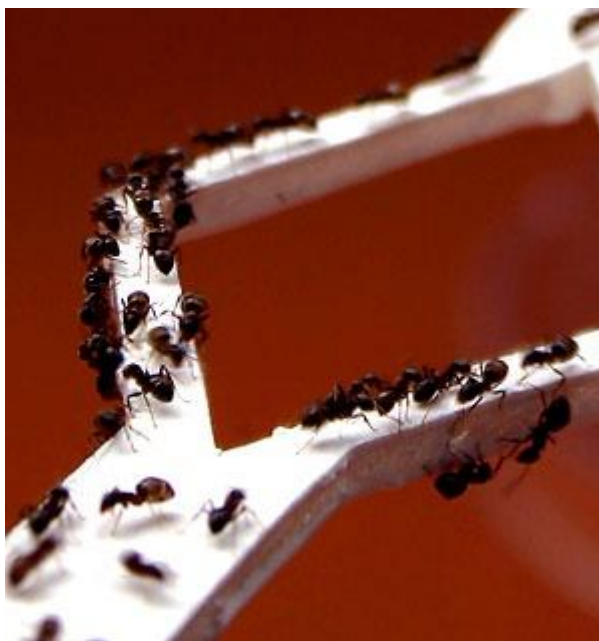
Kako je već spomenuto, virtualni mravi imaju i neke karakteristike koje se ne poklapaju sa biološkim mravima:

- Virtualni mravi žive u diskretnom svijetu i njihovi pokreti su uvjetovani prijelazom iz diskretnog položaj u diskretni položaj.
- Virtualni mravi imaju unutarnji položaj. Ovaj položaj sadržava sjećanje mravljeg prošlog poteza.
- Virtualni mravi polažu određenu količinu feromona koja je funkcija kvalitete rješenja
- Vrijeme za polaganje feromona kod virtualnih mrava je problem koji ovisi i često se ne reflektira na ponašanje drugih mrava. Primjerice, u mnogim slučajevima virtualni mravi osvježavaju tragove feromona jedino kada generiraju rješenje.

- Kako bi se povećala efikasnost sustava, ACO algoritmi mogu se obogatiti sa dodatnim mogućnostima poput predviđanja koraka unaprijed, lokalne optimizacije te unatražnog pretraživanja koje se ne može vidjeti kod bioloških mrava. [3]

2.4. EKSPERIMENT S DVOKRAKIM MOSTOM

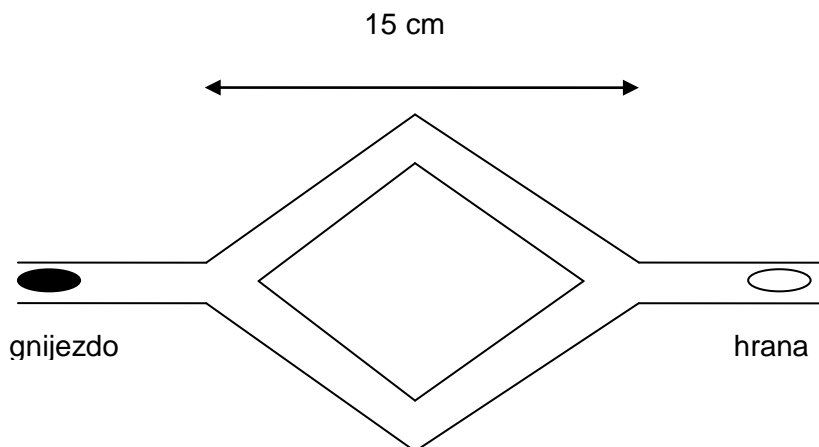
Algoritam ACO inspiriran je pokusom u kojem su Deneuborgh i njegovi suradnici napravili eksperiment prilikom kojeg su koristili most sa dva grananja koji spaja gnijezdo s hranom. Na taj su način pratili trag feromona koji su mravi ostavljali za sobom. U ovom pokusu istraživači su testirali koloniju Argentinskih mrava (lat. *Iridomyrmex Humilis*) koji ostavljaju trag feromona u oba smjera, dakle u smjeru kretanja prema hrani i vraćanja prema gnijezdu. Provodili su eksperiment na način da su varirali omjer $r = \frac{l_l}{l_s}$ kao udaljenost između hrane i gnijezda, gdje je l_l bila duljina dulje grane a l_s kraće grane. [3] Na slici 2.4 prikazan je eksperiment sa mravima na dvokrakom mostu.



Slika 2.4 Mravi na dvokrakom mostu [6]

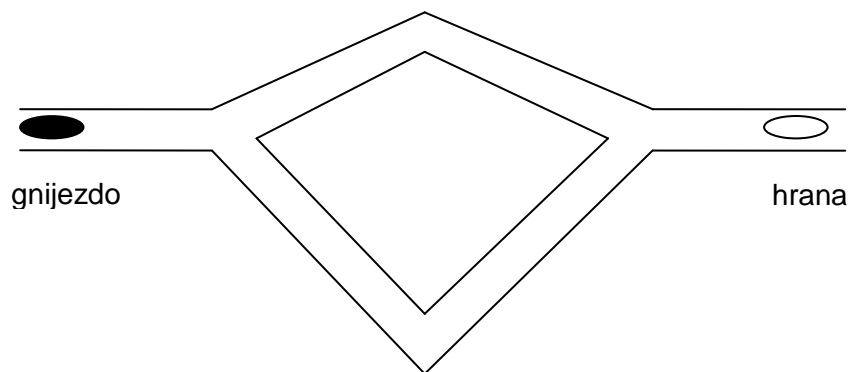
U prvom eksperimentu oba su kraka bila jednake duljine, ($r = 1$) i mravi su se u podjednakom broju kretali na oba kraka mosta. Nakon nekog vremena dominantna skupina mrava kretala se samo jednim, slučajno odabranim krakom. Ustanovljeno je da mravi na početku slučajnim

odabirom biraju put i krećući se njime ostavljaju feromonski trag. Nakon nekog vremena nekoliko mrava krene u istom smjeru i na tom se putu stvori veća količina feromona koju kasnije slijede ostali mravi. Eksperiment je ponovljen više puta i ustanovljeno je da u prosjeku u 50 % slučajeva mravi biraju jedan krak, a u 50 % slučajeva biraju drugi krak. [3] Na slici 2.5 prikazan je shematski prikaz dvokrakog mosta sa granama jednakih duljina.



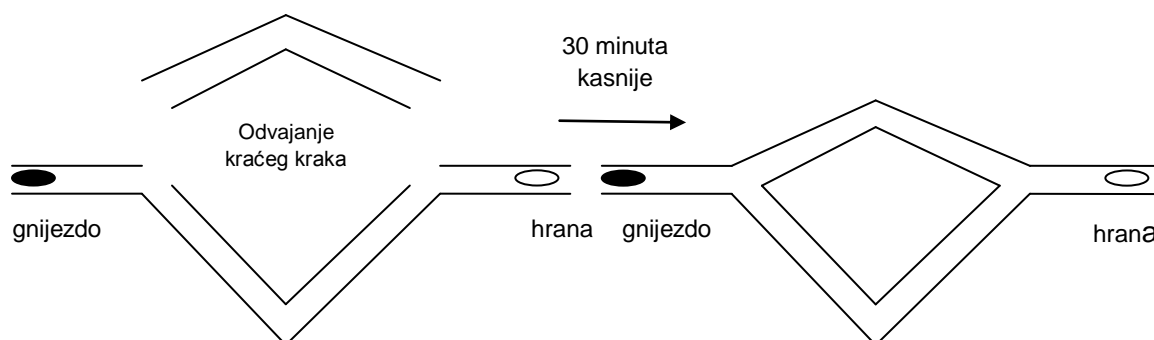
Slika 2.5 Shematski prikaz dvokrakog mosta

U sljedećem pokusu jedna grana mosta bila je dvostruko dulja od druge ($r = 2$) i svi mravi bili su slobodni birati put do hrane. Iako su u početku mravi birali put nasumično, ipak je na kraju većina mrava odabrala najkraći put. Zbog činjenice da je jedan krak kraći od drugog, mravi koji su krenuli kraćim putem prvi su stizali do hrane i zatim se vraćali u gnijezdo. Veća količina feromona na kraćoj relaciji natjerala je mrave da se kreću tim putem. Rezultat je pokazao da feromon brže akumulira na kraćoj relaciji što navodi većinu mrava da se kreću upravo u tom smjeru. Zanimljiva je činjenica da neće svi mravi birati najkraći put do hrane iako je jedna grana dvostruko dulja od druge, mali postotak mrava kretati će se na duljoj relaciji. Ovakvo ponašanje može se interpretirati kao „istraživnje puta“. [3] Na slici 2.6. prikazane su grane mosta različitih duljina.



Slika 2.6 Prikaz mosta sa krakovima različitih duljina

U trećem eksperimentu mravinjak i izvor hrane prvotno su bili spojeni jednokrakim mostom, no taj je krak bio duži od onoga koji je kasnije nadodan. Mravi su krenuli dužim putem i njime su hodali 30 minuta sve dok se situacija nije stabilizirala. Nakon toga, mostu je dodan kraći krak, međutim, mravi su se nastavili kretati duljim putem jer je na tom putu bila veća koncentracija feromona. U ovom slučaju hlapljenje feromona je presporo što uskraćuje mogućnost mravima da istraže nove puteve. Vijek trajanja feromona je usporediv sa trajanjem traga, što podrazumjeva da feromon sporo hlapi kako bi dozvolio mravima da s vremenom zaborave suboptimalne puteve kojima teže na način da se novi putevi mogu „naučiti“ i istražiti. [3] Na slici 2.7 prikazano je odvajanje kraćeg kraka grane mosta.



Slika 2.7 Odvajanje kraćeg kraka

Istraživanje stvarnih mravljih kolonija potvrdila su da mravi koj ostavljaju feromonski trag samo kada se vraćaju od hrane u gnijezdo nisu u mogućnosti pronaći najkraći put između njihovog gnijezda i izvora hrane. [3]

2.4.1. Stohastički model eksperimenta s dvokrakim mostom

Daneuborgh i njegovi kolege predložili su jednostavan stohastički model koji adekvatno objašnjava dinamiku mravlje kolonije na primjeru eksperimenta sa dvokrakim mostom. Ovaj model je vrlo značajan jer se brojni ACO algoritmi temelje na ovakvom odabiru vjerojatnosti za pronalazak novih puteva. U ovom modelu, ψ mrava u sekundi prelazi most u svim smjerovima konstantnom brzinom v [cm/s] ostavljajući za sobom vrijednost feromona na granama. Zadane su duljine grana l_s [cm] kraće i l_l [cm] dulje grane, mrav koji odabere kraću granu prijeći će ju u vremenu $t_s = l_s/v$ sekundi, dok će mrav koji je odabrao dulju granu korisiti $r \cdot t_s$ sekundi, gdje je $r = \frac{l_l}{l_s}$. [3]

Vjerojatnost $p_{ia}(t)$ da će mrav koji stigne do točke odluke $i \in \{1,2\}$ odabrati granu $a \in \{s,l\}$ gdje su s i l oznake za kraću i dulju granu, predstavlja funkciju vremena t te ukupnu količinu feromona $\varphi_{ia}(t)$ koji se nalaze na grani, što čini proporcionalni iznos broju ukupnih mrava koji su prešli preko grane unutar zadanog vremena t . Primjerice, vjerojatnost $p_{is}(t)$ za odabir grane zadana je jednačbom:

$$p_{is}(t) = \frac{(t_s + \varphi_{is}(t))^\alpha}{(t_s + \varphi_{is}(t))^\alpha + (t_s + \varphi_{il}(t))^\alpha} \quad (2.1)$$

Gdje je funkcionalan oblik jednačbe, kao i vrijednost $\alpha = 2$ dobivena iz eksperimenta sa praćenjem traga; $p_{il}(t)$ je izračunata na sličan ili se može dobiti preko jednačbe:

$$p_{is}(t) + p_{il}(t) = 1 \quad (2.2)$$

Ovaj model dokazuje da je količina feromona na grani proporcionalna broju mrava koji su koristili ovu granu u prošlosti. Diferencijalne jednačbe koje opisuju razvoj stohastičkog modela su:

$$\frac{d\varphi_{is}}{dt} = \psi p_{js}(t - t_s) + \psi p_{is}(t) \quad (2.3)$$

$$\frac{d\varphi_{il}}{dt} = \psi p_{jl}(t - r \cdot t_s) + \psi p_{il}(t) \quad (2.4)$$

Prva jednačba može se iščitati na način: instantne varijacije u vremenu t feromona položenog na grani s i u točki odluke i , jednaki su broju prolaza mrava ψ , pomnoženom sa vjerojatnosti odabira najkraćeg puta u točki odluke j u vremenu $t - t_s$ te zbrojeno sa prolazom mrava pomnoženog sa vjerojatnosti odabira kraće grane u točki odluke i u vremenu t . Konstanta t_s predstavlja kašnjenje u vremenu, to je vrijeme potrebno da mravi prijeđu put na kraćoj grani. Druga jednačba predstavlja isto to samo za dulju granu, osim u onom slučaju kada je vremensko kašnjenje dano kao $r \cdot t_s$. [3]

U ovom modelu mravi polažu feromone na putu do hrane i natrag te se ispostavilo da je to neophodno ponašanje kako bi se postigla konvergencija mravlje kolonije s obzirom na najkraći put. U slučaju da razmatramo mrave dok polažu feromone samo u slučaju kada idu prema hrani ili samo ako se vraćaju u gnijezdo tada mravlja kolonija neće biti u mogućnosti pronaći najkraći put. [3]

3. OSNOVNI ALGORITAM OPTIMIRANJA MRAVLJOM KOLONIJOM

Uz pomoć ACO algoritma najkraći put na grafu, između točaka *A* i *B* gradi se pomoću kombinacije više različitih puteva. Nije jednostavno definirati koji algoritam jest ili nije algoritam mravlje kolonije, jer definicija može varirati u ovisnosti o autoru i primjeni. U širem smislu, algoritmi kolonije mrava smatraju se populacijskom metaheuristikom gdje svako rješenje donosi mrav koji se giba u prostoru koji istražuje. Mravi označavaju najbolje rješenje i uzimaju u obzir prethodna rješenja kako bi optimizirali pretragu. Mogu se smatrati probabilističkim multi - agentnim algoritmima koji primjenjuju distribuciju vjerojatnosti kako bi napravili promjenu između svake iteracije. [7]

3.1. RAZVOJ MRAVLJEG ALGORITMA

Prvi algoritam koji se temelji na koloniji mrava, mravlji sustav (eng. *Ant system* - AS) prvi put su predstavili Coloni, Dorigo i Maniezzo. Mravlji sustav prezentiran je na primjeru rješavanja problema trgovačkog putnika (*TSP*) sa maksimalno 75 gradova. Međutim, usprkos poticajnim rezultatima i napretku istraživanja mravlji sustav nije bio konkurentan ostalim modernim algoritmima za rješavanje problema trgovačkog putnika, jer je dolazilo do problema ukoliko se radilo o većem broju gradova. No unatoč svemu, mravlji algoritam je imao važnu ulogu u poticanju daljnjeg razvoja raznih varijanti mravljeg algoritma, što je naposljetku dovelo do toga da se danas taj algoritam može primijeniti za različite vrste rješavanja optimizacijskih problema. Danas se mravlji algoritam uvelike primjenjuje za optimizacijske probleme poput problema kvadratne dodjele (eng. *Quadratic Assignment Problem* - QAP), vremensko planiranje poslova (eng. *Job Shop Scheduling* - JSP), mrežno rutiranje (eng. *Network Routing* - NR) i mnoge druge. [8]

Mravlji sustav AS bio je prvi primjer algoritma koji se temeljio na ponašanju kolonije mrava i općenito prvi algoritam koji je to predstavljao. Iako je predstavljen kao jedan algoritam, mravlji sustav je u početku bio skup triju algoritama:

- toka mrava (eng. *Ant Cycle* - AC)
- gustoće mrava (eng. *Ant Density* - AD)

- količine mrava (eng. *Ant Quantity* - AQ) [8]

Uz pomoć algoritama AD i AQ mravi su izvršavali izmjene umjetnog traga feromona pri kretanju prema hrani, a AC algoritmom izvršavala se izmjena feromona pri povratku u gnijezdo nakon što bi mrav izvršio ukupno kretanje određenom putanjom. Dakle, nakon što bi stigao do hrane, količina feromona koja se ostavljala na putevima bila bi funkcija kvalitete dobivenog rješenja [2]. Prve dvije inačice algoritma su odbačene zbog lošijih rezultata, a AQ inačica algoritma služila je kao osnovica nizu drugih algoritama, kao što su primjerice:

- Elitistički algoritam (eng. *Elitist Ant System*)
- Algoritam rangirajućeg sustava mrava (eng. *Rank - based Ant System*)
- Max - Min algoritam (eng. *Max - Min Ant System*) [3]

Uključenjem novih osnovnih mehanizama, Ant System algoritam razvio se u sljedeće algoritme:

- Sustav mravlje kolonije (eng. *Ant Colony System*)
- ANTS (eng. *Approximate Nondeterministic Tree Search*)
- Radna okolina hiperkocke za algoritam kolonije mrava
- Paralelna implementacija algoritma kolonije mrava [2]

3.2. IDEJA OSNOVNOG ALGORITMA OPTIMIRANJA KOLONIJOM MRAVA

U prethodnim poglavljima prikazano je da skup diferencijalnih jednačbi može reproducirati Daneuborghov model sa dvokrakim mostovima. Ovaj model svakako je koristan i kod pronalaženja rješenja za mnogo složenije primjere od onog sa dvokrakim mostom.

Možemo zamisliti da imamo statični povezani graf $G = (N, A)$ gdje N predstavlja skup $n = N$ čvorova i , a slovo A je skup linija koji ih povezuju. Dvije točke između kojih želimo postići najkraću udaljenost nazivaju se izvorišni i krajnji čvorovi, koji se mogu smatrati kao gnijezdo ili izvor hrane. Nažalost, ukoliko želimo riješiti problem pretrage najkraćeg puta na grafu G te pritom koristiti umjetne mrave čije je ponašanje uvjetovano ponašanjem mrava opisanom u prethodnim poglavljima, može doći do nastanka problema, naime mravi, tijekom izgradnje rješenja mogu stvarati petlje. Kao posljedica polaganja i osvježavanja feromona u smjeru hrane, petlje postaju sve privlačnije i mravi ih mogu nastaviti slijepo slijediti. Čak i ako mrav uspije izaći iz te petlje, distribucija feromonskog traga postane takva da tragovi na kraćim putevima izbljedu. Kako ne bi došlo do stvaranja petlji mravima se daje ograničen oblik memorije u kojoj mogu pohranjivati podatke o putu kojeg su prešli. Pomoću uporabe memorije, mravi mogu implementirati brojna korisna ponašanja koja im omogućuju da što efiksnije odrade problem pronalaska najkraćeg puta. Ta ponašanja su 1) probabilistička rješenja konstruirana pomoću tragova feromona, bez daljnjeg osvježavanja feromona 2) deterministički put od gnijezda do hrane bez stvaranja petlji i sa osvježavanjem feromona i 3) evaluacija kvalitete generiranih rješenja i primjena kvalitete rješenja. [3]

Kako bi se pronašli najkraći putevi na grafovima primjenjuje se takozvani osnovni (eng. *Basic (Simple)*) ACO algoritam koji se smatra didaktičkim alatom za razjašnjavanje osnovnih mehanizama ACO algoritama. [3]

Vjerojatnost odabira puta unaprijed i konstrukcija rješenja. S - ACO mravi mogu se smatrati da imaju dva radna moda: *naprijed* i *natrag*. U modu *naprijed* su kada se gibaju od gnijezda prema hrani, a *natrag* kada se kreću od smjera hrane prema gnijezdu. Kada mrav u svom modu *naprijed* dođe do cilja, prebacuje se u mod *natrag* i kreće putovati natrag do gnijezda. U S - ACO mravi koji se kreću naprijed grade rješenje na način da odabiru preko vjerojatnosti sljedeći čvor u susjedstvu na grafu. Izbor vjerojatnosti ovisi o položenim feromonima koje su prethodno na grafu ostavili drugi mravi. Mravi koji se kreću prema naprijed ne puštaju

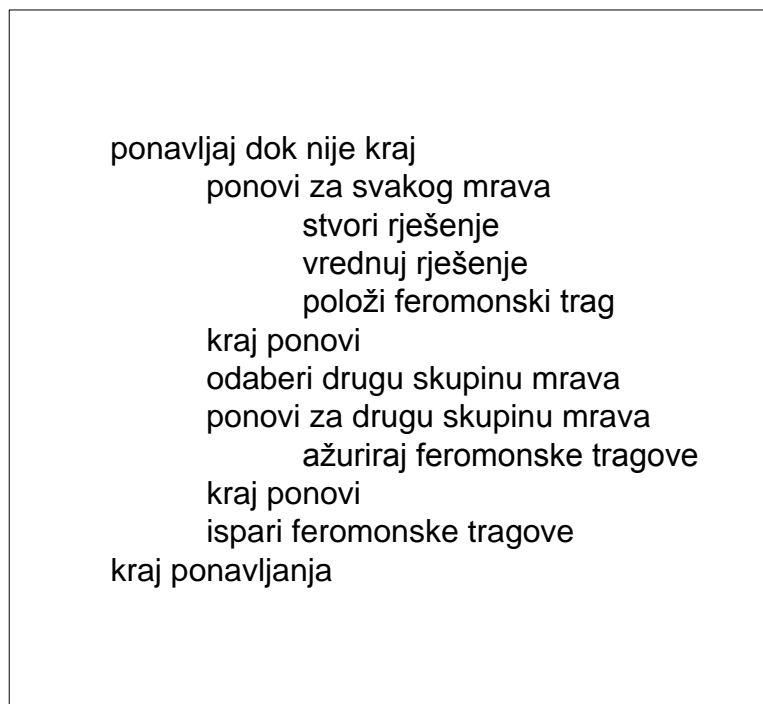
feromon dok se kreću što zajedno sa determinističkim kretanjama unatrag pomaže u spriječavanju stvaranja petlji. [3]

Deterministički mravi koji se kreću unatrag i osvježavanje feromona. Primjena memorije omogućuje mravu da se vrati putem kojeg je slijedio dok je tražio krajnju destinaciju. S - ACO je unaprijedio performase na način da je suzbio mogućnost stvaranja petlji. U praksi, prije početka kretanja unatrag na grafu mravi pamte put dok pretražuju čvorove. [3]

Osvježavanje feromona temeljeno na kvaliteti rješenja. U S - ACO mravi pamte čvorove koje su posjetili tijekom kretanja unaprijed. Na taj način mogu evaluirati vrijednost rješenja kojeg generiraju i koristiti ta rješenja za stvaranje feromona kojeg polažu u smjeru *natrag*. Osvježavanje feromona omogućuje budućim mravima veću mogućnost stvaranja kvalitetnijih rješenja. Ukoliko se mravima omogući polaganje jačeg feromona na kraćem putu, pretraživanje puta će se odvijati mnogo brže u ovisnosti o najboljem rješenju. [3]

Isparavanje feromona. U stvarnim mravljim kolonijama, intenzitet feromona se smanjuje s vremenom zbog svojstva isparavanja. Isparavanje je vrlo važan čimbenik u postizanju najoptimalnije putanje jer isparavaju tragovi mrava koji su postigli lošija rješenja.

Na slici 3.1 prikazan je pseudokod toka osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava.



Slika 3.1 Pseudo kod osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava

3.3. MATEMATIČKI MODEL

Za svako polje i na grafu $G = (N, A)$ pridodajemo varijablu τ_{ij} zvanu umjetni trag feromona. Feromonske tragove prate i polažu mravi. Svaki mrav gradi, počevši od izvorišnog čvora, rješenje problema gradeći ga korak po korak. U svakom čvoru, lokalna informacija spremljena u čvoru biva očitana od strane mrava te rabi stohastički način za odluku u koji će sljedeći čvor krenuti. Kada mrav locira čvor na kojem je polegnut feromonski trag odabire između polja sljedeći čvor u koji mora krenuti prema sljedećoj vjerojatnosti [8]:

$$p_{ij}^n(t) = \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)}{\sum \tau_{ij}^\alpha(t)} \quad \text{ako je } j \in N_i^n \quad (3.1.)$$

Gdje je N_i^n susjedstvo mrava n dok je u čvoru i . Mrav se kreće od čvora do čvora koristeći pravilo odabira sve dok eventualno ne stigne do željenog cilja. [3] Ovisno o mravljim putevima, vrijeme za koje će mrav stići do željene destinacije zavisi od mrava do mrava (mravi koji se kreću kraćim putem stići će do željene destinacije mnogo ranije od ostalih).

τ_{ij} predstavlja vrijednost feromonskog traga na grafu između čvorova i i j , a α predstavlja konstantu. Ako iz čvora i nije moguće prijeći u čvor j , vjerojatnost će biti 0. Suma u nazivniku izraza ide po svim bridovima koji vode od čvorova u koje se može stići iz čvora i . [3] Rezultat $p_{ij}^n(t)$ predstavlja vjerojatnost da će mrav n krenuti iz čvora i u čvor j u trenutku t .

Nakon što odabere sljedeći čvor, mrav ponavlja proceduru sve dok ne stigne do izvora hrane. S obzirom da se u ovom slučaju rješenje gradi dio po dio, mravlji algoritmi spadaju u skupinu *konstrukcijskih algoritama*. [8]

Jednom kad stigne do izvora hrane, mrav zna koliki put je prešao. Umjetni mravi feromone uglavnom ostavljaju po povratku, i to na način da je količina feromona proporcionalna kvaliteti rješenja. [2] Ažuriranje se vrši za sve bridove kojima je mrav prošao i to prema izrazu:

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow \tau_{ij}(t) + \Delta\tau^n \quad (3.2)$$

Gdje je:

$$\Delta\tau^n = \frac{1}{L} \quad (3.3)$$

Pri čemu je L duljina pronađenog puta, a $\Delta\tau^n$ trag pojedinog mrava.

Isparavanje feromona modelirano je izrazom:

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow \tau_{ij}(t) \cdot (1 - \rho) \quad (3.1)$$

Gdje je ρ brzina isparavanja (u intervalu od 0 do 1). Isparavanje se primjenjuje na sve bridove grafa.

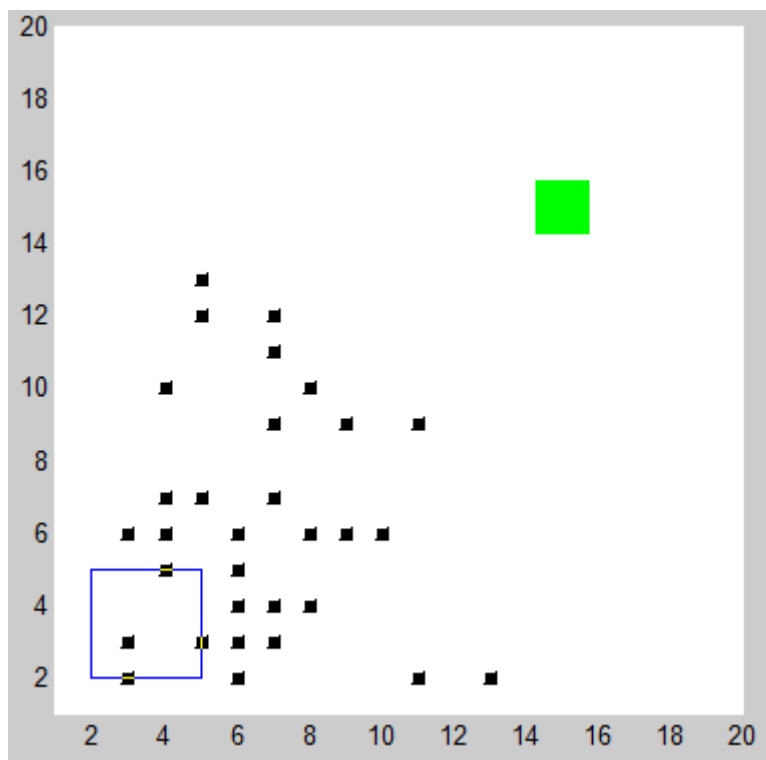
Algoritam radi s populacijom od m mrava, pri čemu se u petlji ponavlja sljedeće. Sve mrave m pusti se da stvore rješenja i ta se rješenja vrednuju. Pri tome, svaki mrav prilikom izgradnje pamti do tada prijeđeni put i kada treba birati u koji sljedeći čvor krenuti, automatski odbacuje čvorove kroz koje je već prošao. Tek kada je svih m mrava stvorilo prijedloge rješenja, odabire se n mrava koji će obaviti ažuriranje feromonskih tragova. Potom se primjenjuje procedura isparavanja feromona i postupak se ciklički ponavlja. [3]

4. IMPLEMENTACIJA OSNOVNOG ALGORITMA OPTIMIRANJA MRAVLJOM KOLONIJOM

Osnovni algoritam optimiranja mravljom kolonijom načinjen je u programskom sučelju Matlab. U ovom poglavlju biti će razjašnjena izrada algoritma koja je razdjeljena na glavne cjeline koje ovaj kod čine algoritmom optimiranja mravljom kolonijom. Načinjeno je nekoliko verzija algoritma. U jednoj su inačici mravi puštali feromon čim su krenuli iz gnijezda i puštati su ga cijelim putem od hrane do gnijezda i natrag pa je ustanovljeno da feromon kojeg cijelo vrijeme puštaju šteti kvaliteti rješenja. Kako je prije navedeno iz Daneuborghovog istraživanja mravi u prirodi nisu u stanju pronaći najbolji put ukoliko puštaju samo feromon dok se vraćaju u gnijezdo, međutim, u ovom se slučaju radi o virtualnim mravima pa je najvažnije postići najbolji rezultat. Iz raznih testiranja uočeno je da je ipak najbolje da mrav pušta feromon samo kada se vraća od hrane. Postoji osnovna verzija algoritma čija je implementacija opisana u sljedećim poglavljima, te ista ta verzija nadograđena sa dodatnom funkcijom vidljivosti hrane i gnijezda.

4.1. INICIJALIZACIJA

Mravi se generiraju u zadanom prostoru na grafu kojeg možemo smatrati mravinjakom te iz njega n mrava kreće u nasumičnu pretragu prostora u potrazi za hranom, koja je proizvoljno zadana točka na dijagramu. U inicijalizaciji stvara se populacija mrava koja će se nasumično kretati unutar zadanih površina dijagrama. Zeleni kvadrat na grafu predstavlja hranu, a omeđeni dio predstavlja gnijezdo, crni pravokutnici predstavljaju mrave koji pretražuju prostor. Veličinu polja, broj mrava, brzina isparavanja feromona te udaljenost između hrane i gnijezda su parametri koji se definiraju proizvoljno prije samog početka izvedbe algoritma. Na slici 4.1 prikazan je grafički prikaz mrava, hrane i gnijezda te veličina prostora petrage koja iznosi 20 x 20.

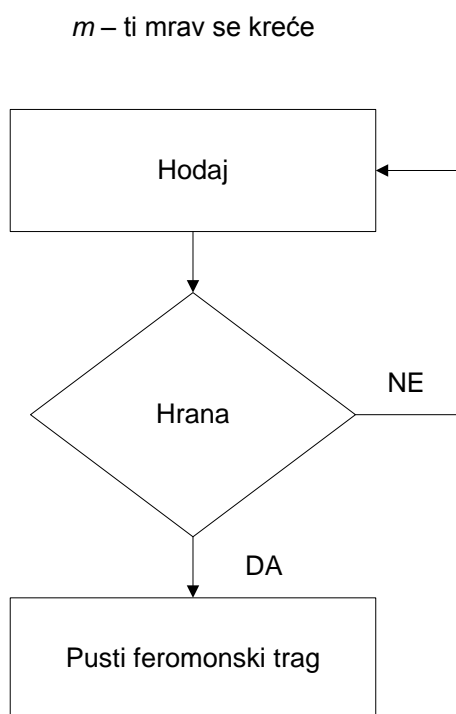


Slika 4.1 Grafički prikaz mrava

4.2. PRVA SKUPINA MRAVA

Prvo se generira prva skupina od n broja mrava koja se nasumično kreće u potrazi za hranom, kada svi mravi obave pretragu njihova se rješenja vrednuju te mrav koji je došao prvi do hrane dobiva najveću vrijednost feromona 1. U algoritmu je moguće zadati i da se svim mravima vrednuju rješenja, međutim, to bi moglo zahtijevati mnogo vremena za izračunavanje te moglo bi doći do kontaminacije prostora feromonima što bi naškodilo kvaliteti rješenja. Nakon što prvi mravi petraže prostor i generiraju rješenja, kreće druga skupina od m mrava čiji je broj proizvoljan te pretražuje prostor na isti način kao i prethodna skupina. Ova skupina mrava za razliku od prve prati tragove feromona koju su ostavili mravi iz prethodne skupine.

Dijagram toka kojim je opisano ponašanje mrava prve skupine prikazan je na slici 4.2.



Slika 4.2 Dijagram toka algoritma za prvu skupinu mrava

4.3. DRUGA SKUPINA MRAVA

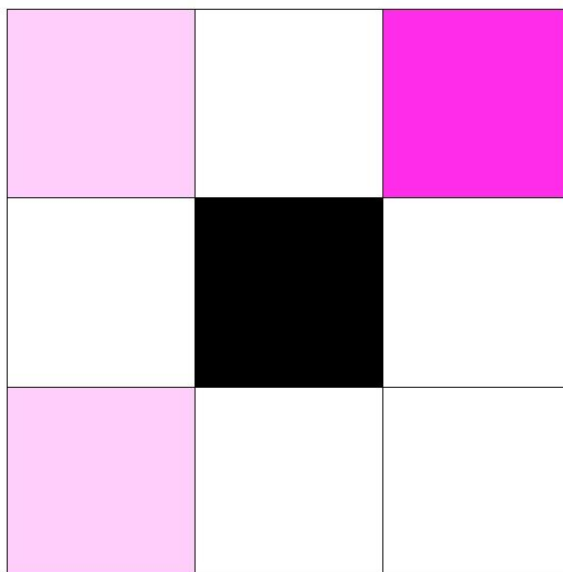
Druga skupina mava načinjena je na isti način kao i prva skupina i dalje se vrednuje rješenje samo najboljeg mrava, onog koji je prvi došao do hrane.

Crno polje na slici 4.3 predstavlja mrava, a različite nijanse ružičaste boje predstavljaju različite jačine feromona. Svaki mrav koji dođe u ovu poziciju bira u koje polje će krenuti. Feromon jače ružičaste boje ima veću vrijednost, a onaj blijeđe boje, slabiju vrijednost feromona. Mrav put odabire prema vjerojatnosti p_{ij}^n , primjerice, neka jači feromon na slici ima vrijednost feromona 1 a slabiji 0,1, potrebno je zbrojiti sve vrijednosti feromona na grafu na način $0,1+0,1+1 = 1,02 = \sum \tau_{ij}^\alpha$.

Svaki mrav ima 8 mogućnosti odabira gdje će ići. Ukoliko želi ići na prvu poziciju s vrijednosti feromona 0,1, tada će računica izgledati $0,1/1,2 = 0,0833$, gdje će rješenje biti približno 0,1 kako bi kasnije bilo lakše pojasniti na primjeru. Ta vrijednost će ujedno biti iznos vjerojatnosti odabira puta za to mjesto. Dok će za mjesto jačeg feromona ta vjerojatnost iznositi 0,8333 što je otprilike 0,8. Vjerojatnost odabira vrši se prema formuli:

$$p_{ij}^n = \frac{\tau_{ij}^\alpha}{\sum \tau_{ij}^\alpha} \quad (4.1)$$

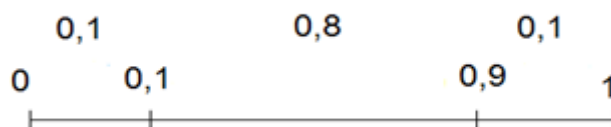
Bijela područja na slici 4.3 u pravilu ne bi trebala imati trag feromona međutim, prilikom pojavljivanja druge skupine mrava cijela površina prekrije se malom količinom feromona kako mravi ne bi slijepo pratili tragove već kako bi kao i u prirodi postojala mogućnost da neki mrav zaluta.



Slika 4.3 Grafički prikaz mravljeg susjedstva

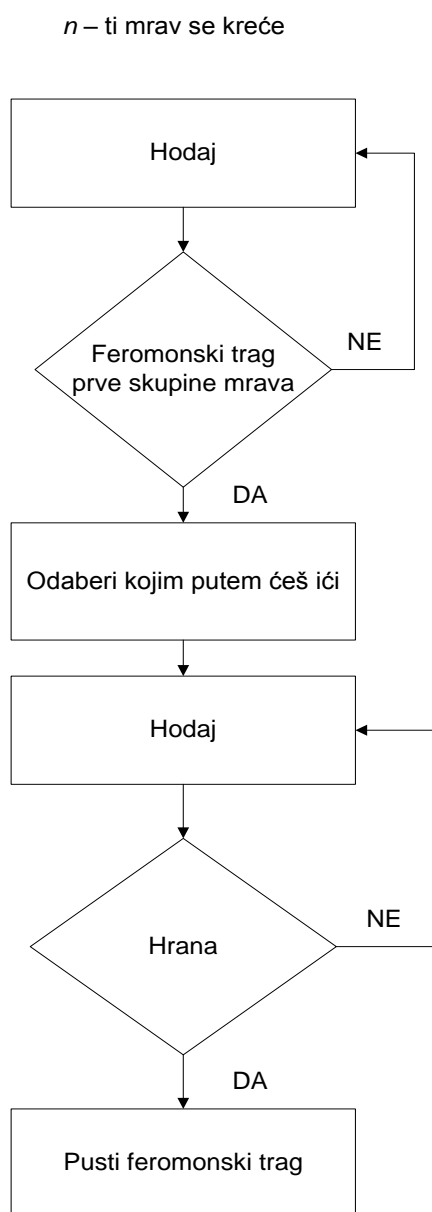
Nakon što se izračuna vjerojatnost odabira sljedećeg polja, svaki mrav koji se nađe u poziciji mrava na slici krenuo bi na polje najjačeg feromona, što bi moglo uzrokovati generiranje loših rješenja. Mrav koji od primjerice, deset mrava stigne prvi do željene destinacije i napravi 300 koraka ne znači nužno da je generirao najbolje rješenje, tada ne dolazi do konvergencije jer se svi mravi kreću po njegovim koracima. Kako nebi dolazilo do toga provodi se selekcija mrava tako da se načini dio algoritma koja izbacuje nausmične brojeve između 0 i 1.

Dio algoritma u MatLabu koji obavlja ovu funkciju prikazan je u prilogu na stranici 58 . Općenito su opcije za generiranje nasumičnih brojeva u MatLabu načinjene tako da ukoliko želimo primjerice, deset nasumičnih brojeva u intervalu od 1 - 10 izbaciti će ih na način da se niti jedan od tih deset u pravilu neće ponavljati. Raspodjela mrava po poljima kreće na sljedeći način: deset mrava prošlo je kroz poziciju mrava sa slike i za svaku poziciju se izračuna vjerojatnost, nakon toga slijedi alat koji izbacuje nasumične brojeve i kreće raspodjela mrava. Na slici 4.4 prikazana je dužina od 0 do 1 na kojoj su zacrtane vrijednosti feromona 0,1 te 0,9 zato što je vjerojatnost između ta dva broja veličine 0,8, a između 0,9 je veličina 0,1 što predstavlja naša polja između kojih mrav bira. Ukoliko alat za nasumične brojeve izbací broj 0,5 taj će mrav íći na feromon vrijednosti 0,8 dok će u slučaju da alat izbací broj 0,95 mrav íći na neki od feromona vrijednosti 0,1.



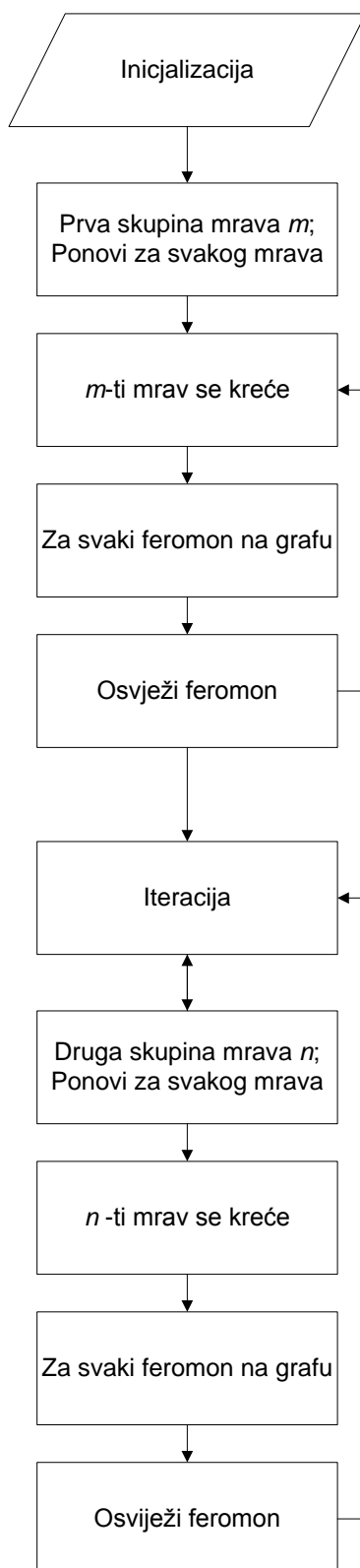
Slika 4.4 Shematski prikaz raspodjele mrava

Dijagram toka koji prikazuje ponašanje mrava iz druge skupine prikazan je u dijagramu na slici 4.5.



Slika 4.5 Dijagram toka algoritma za drugu skupinu mrava

Dijagram toka cijelokupnog algoritma prikazan je na slici 4.6.



Slika 4.6 Dijagram toka cijelokupnog algoritma

Prilikom izrade algoritma dolazilo je do raspadanja algoritma jer je svim mravima na grafu bilo dopušteno da generiraju rješenja neovisno o kvaliteti puta te nije dolazilo do konvergencije. Zato je u drugu skupinu mrava uveden takozvani ciklus ili iteracija koja omogućuje da se dio algoritma za drugu skupinu mrava pokrene željeni broj puta gdje se svaki put vrednuje rješenje samo najboljeg mrava.

4.4. ISPARAVANJE FEROMONA

Kako ne bi došlo do stvaranja suboptimalnih puteva, feromon s vremenom isparava (nestaje), čime se smanjuje mogućnost da će ostali mravi ići tim putem. Isparavanje feromona računa se prema jednadžbi:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} \cdot (1 - \rho) \quad (4.2)$$

Gdje je ρ koeficijent isparavanja u intervalu od 0 do 1, te predstavlja postotak količine isparenog feromona. Dio algoritma koji obavlja isparavanje feromona prikazan je u dodatku na stranici 59. Isparavanje feromona naredba je koja vrijedi za obje skupine mrava.

4.5. VIDLJIVOST IZVORA HRANE

U jednoj od verzija algoritma načinjena je inačica u kojoj mrav pri svojoj odluci kamo ide, osim traga feromona koristi i vidljivost. Vidljivost je parametar koji ima vrijednost obrnutu od udaljenosti. Što je hrana udaljenija od mrava, vidljivost mu je manja ($\text{vidljivost} = 1 / \text{udaljenost}$).

Udaljenost se određuje prema jednadžbi:

$$\text{udaljenost} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (4.3)$$

Gdje x_i predstavlja u algoritmu trenutnu lokaciju mrava oduzetu od sljedeće lokacije mrava tj. $x_{(\text{trenutna lokacija mrava})} - x_{\text{lokacija sljedeće pozicije mrava}}$, a x_j predstavlja x koordinatu hrane odnosno gnijezda, ovisno o tome želimo li imati vidljivost hrane ili gnijezda ili oboje, analogno tome odvija se i dio za koordinatu y .

Parametar η predstavlja vidljivost između trenutne pozicije mrava k i izvora hrane. Vjerojatnost kojom mrav odabire put sada se izračunava prema jednadžbi:

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum \tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta} \quad (4.4)$$

Gdje su α i β parametri koji upravljaju odnos između važnosti traga i vidljivosti. Što je parametar α veći to će mrav svoje odluke više temeljiti na feromonskom tragu. Što je β veći, mrav će pri odlučivanju veću važnost pridodijeliti vidljivosti hrane odnosno gnijezda, a manje feromonskom tragu.

4.6. RANG LISTA

Prilikom implementacije koda dolazilo je do manjih poteškoća kod generiranja skupine mrava u gnijezdu jer većina mrava izlazi iz gnijezda u isto vrijeme, što znači da će mrav koji je prvi stigao do hrane napraviti najbolji put, a svi ostali će biti lošiji od prethodnog stoga se algoritam pri kraju krenuo “raspadati”. Na kraju ostaju tragovi feromona samo najlošijih mrava koji su stigli od hrane do gnijezda zato što oni jači ispare jer nema više mrava koji će generirati bolja rješenja nego se skoro cijela površina grafa prekrije feromonskim tragom lošijih mrava. Kako ne bi dolazilo do raspadanja algoritma, uvedena je iteracija druge skupine mrava, na način da druga skupina ponovi put primjerice, 10 puta gdje samo nabolji mrav pušta feromon, međutim, ta je verzija davala bolja rješenja no ne jos uvijek najbolja jer nije dolazilo do konvergencije. Kako bi se postigla konvergencija uvedena je tzv. rang lista u kojoj se mravi rangiraju u ovisnosti o kvaliteti puta kojeg su napravili, pa mrav koji je došao prvi, dobiva najjaču vrijednost feromona, sljedeći koji obavi put uspoređuje se s prvim mravom te ukoliko je rješenje lošije pusti slabiju vrijednost feromona u ovisnosti o broju koraka. U slučaju da je bolji od prethodnog dobiva najjači feromon dok u međuvremenu put prošlog mrava gubi na vrijednosti zbog hlapljenja feromona.

5. INTERPRETACIJA REZULTATA

Za potrebe testiranja algoritma varirati će se brojnost mrava, komentirati brzina isparavanja feromona za iste testove te će se testirati inačica algoritma sa faktorom vidljivosti. Testiranje je provedeno na polju veličine 20 x 20, gdje najidealniju udaljenost od hrane do gnijezda predstavlja put od 20 mravljih koraka.

Svrha prvog testiranja jest vidjeti kako kvaliteta rješenja ovisi o brojnosti mrava.

5.1. RAZLIČITI BROJ MRAVA

U tablici 5.1 prikazani su različiti rezultati mjerenja u ovisnosti o broju mrava. Za parametar α odabrana je vrijednost 2 koja je dobivena eksperimentalno kao rezultat mjerenja u pokusu sa dvokrakim mostom te nema preveliki utjecaj na rezultate, može se proizvoljno namještati te također, provesti eksperiment mijenjanjem samo ovog parametra. Broj ciklusa je 10, što predstavlja iteraciju puta najboljeg mrava. Na kraju je izdvojen broj koraka pojedinog mrava u posljednjem ciklusu, te najbolji put kojeg je mrav napravio u svih 10 ciklusa.

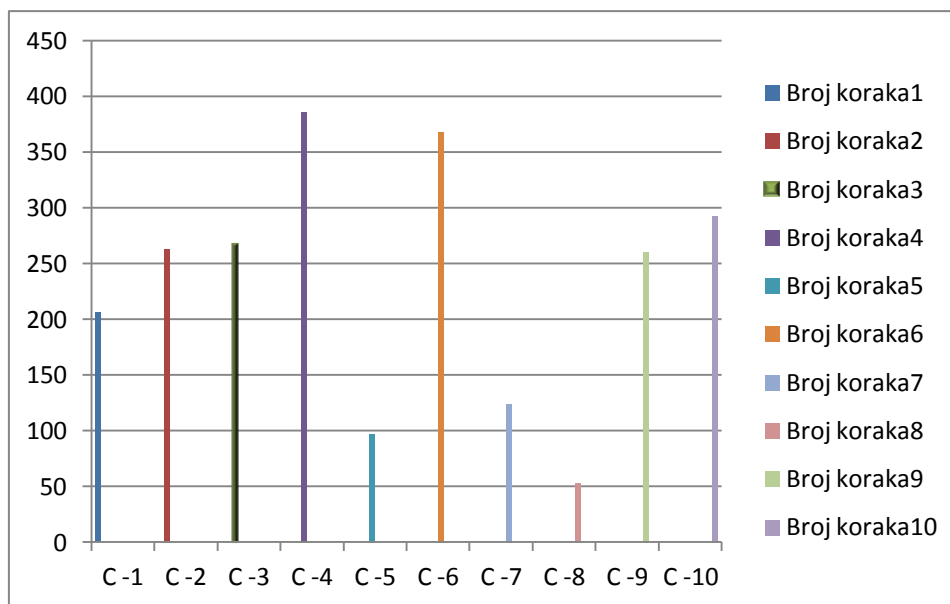
Tablica 5.1 Rezultati mjerenja za različiti broj mrava

Broj mrava	Broj ciklusa	ρ^1	α	Put u 10. ciklusu	Ciklus-najbolji put
10	10	0,007	2	293	8.
50	10	0,007	2	108	6.
100	10	0,007	2	46	6.
500	10	0,007	2	61	8.
1000	10	0,007	2	50	1.
2000	10	0,007	2	47	9.

U dijagramu na slici 5.1 prikazana je kvaliteta puta mrava u ovisnosti o pojedinom ciklusu za skupinu od 10 mrava. Iz dijagrama je vidljivo da je mrav napravio najlošiji put u drugom

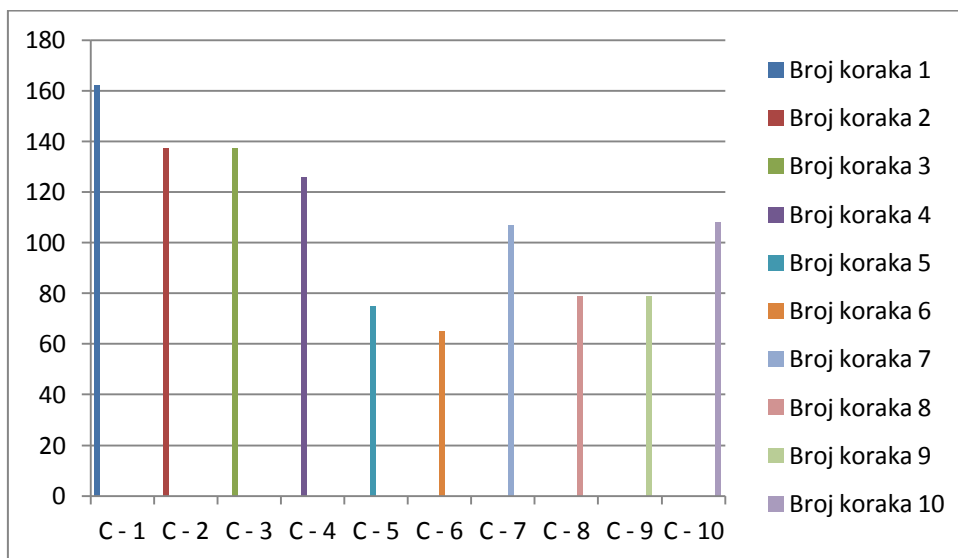
¹ Brzina isparavanja feromona

ciklusu, dok je bolje rješenje postigao u 8. ciklusu. Os ordinata predstavlja broj koraka mrava u pojedinom ciklusu dok su na apscisi zabilježeni brojevi ciklusa.



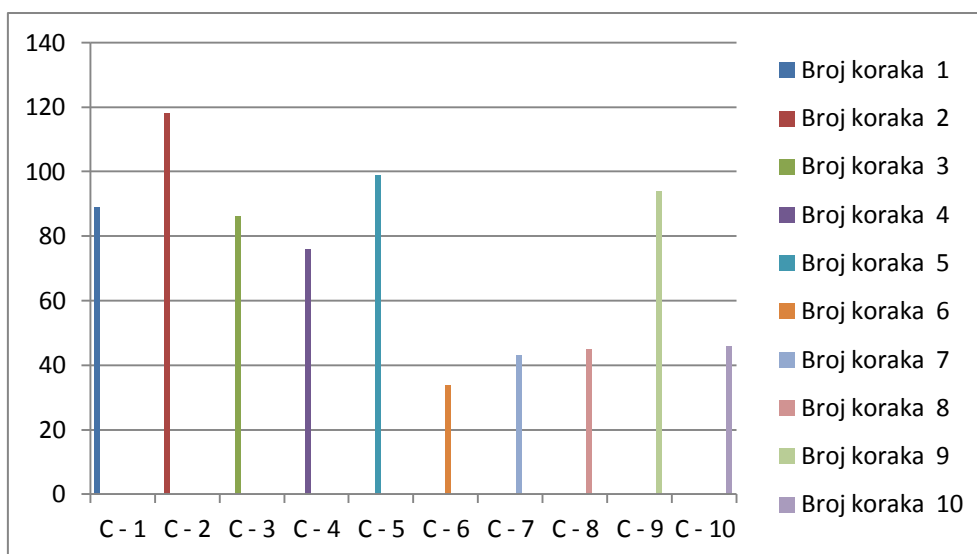
Slika 5.1 Dijagramski prikaz koraka za 10 mrava

U dijagramu na slici 5.2 prikazan je testiranje za skupinu od 50 mrava, te je vidljivo da je mrav postigao najlošiji put u 1. ciklusu, a najbolji u 6. ciklusu



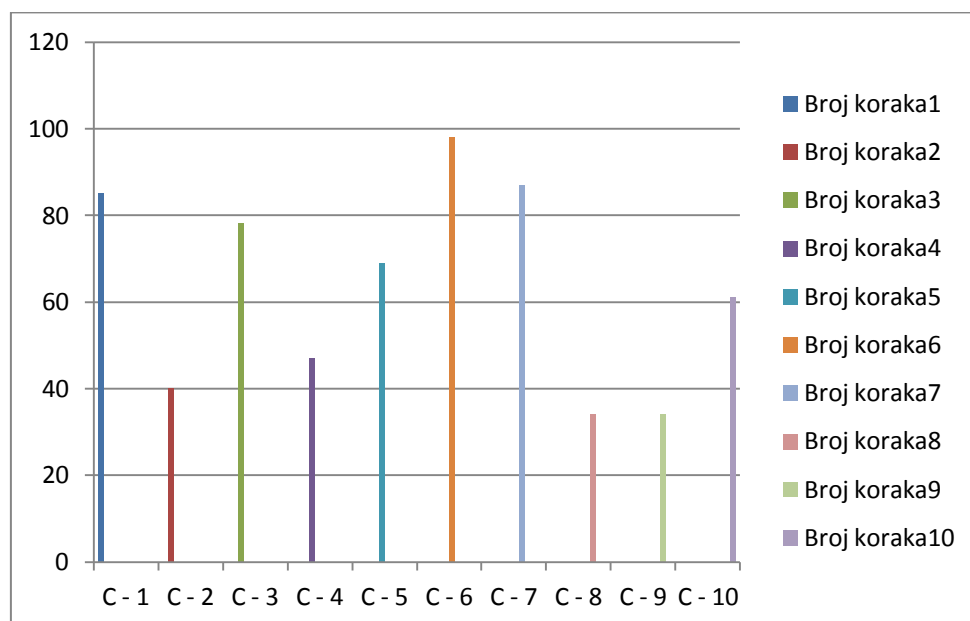
Slika 5.2 Dijagramski prikaz koraka za 50 mrava

U dijagramu na slici 5.3 prikazani su rezultati mjerenja za skupinu od 100 mrava. Najlošiji rezultat postignut je u 2. ciklusu, a najbolji u 6.



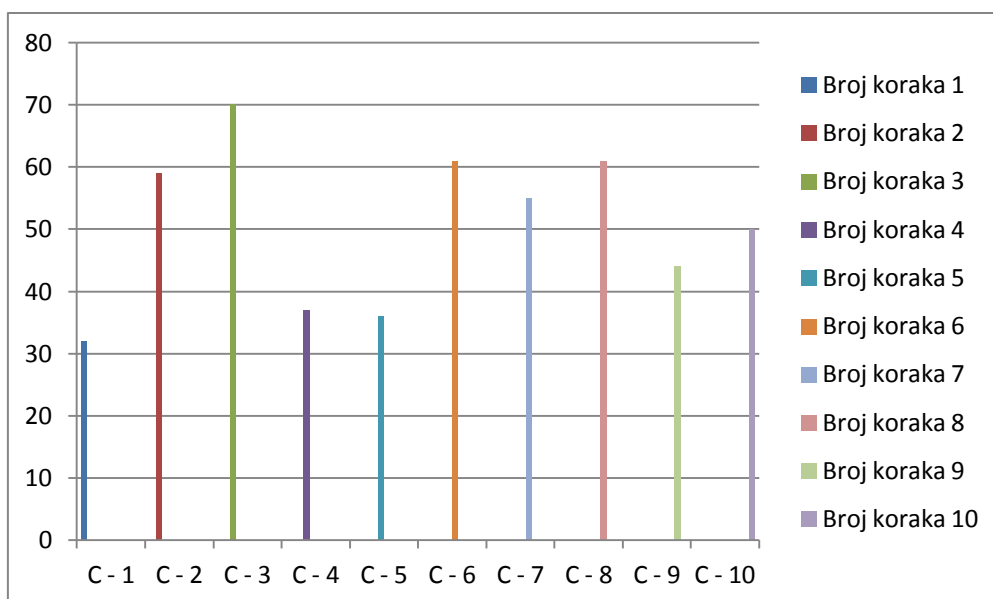
Slika 5.3 Dijagramski prikaz koraka za 100 mrava

U dijagramu na slici 5.4 prikazani su rezultati testiranja za skupinu od 500 mrava, vidljivo je da je mrav postigao najbolji put u 8. i 9. ciklusu.



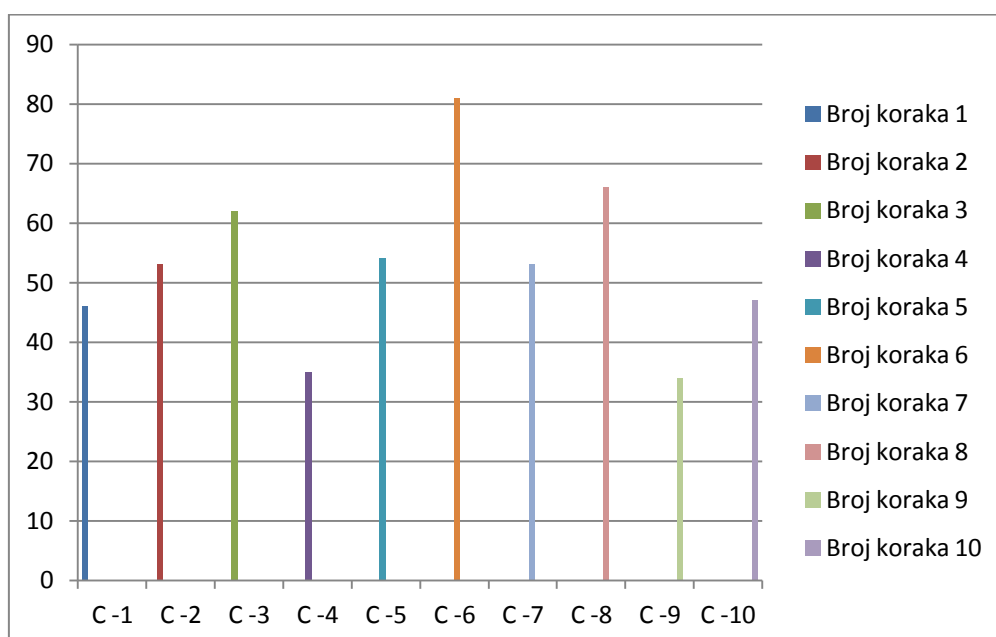
Slika 5.4 Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava

U dijagramu na slici 5.5 prikazani su rezultati mjerenja za skupinu od 1000 mrava, najbolji put je postignut u 1. ciklusu, međutim, kasnije su se rješenja za nijansu pokvarila jer je jači feromon ispario.



Slika 5.5 Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava

U dijagramu na slici 5.6 prikazani su rezultati testiranja za 2000 mrava te je vidljivo da je mrav postigao najbolji put u 9. ciklusu.



Slika 5.6 Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava

5.1.1. Vidljivost

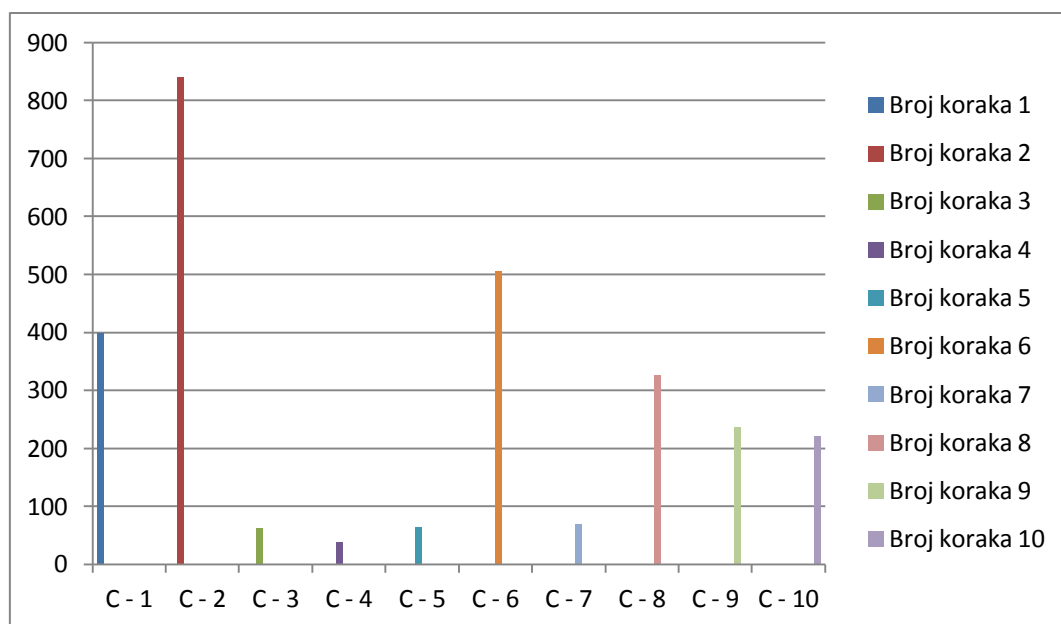
U tablici 5.2 prikazani su rezultati testiranja inačice algoritma sa utjecajem vidljivosti koja je pojašnjena u prethodnim poglavljima. Testiranja su provedena na jednaki način kao i za algoritam bez utjecaja vidljivosti tako da se pokus provodio za različiti broj mrava u 10 ciklusa. Uveden je parametar β koji je također, pojašnjen u prethodnim poglavljima te kao niti parametar α nema nužno preveliki utjecaj na algoritam stoga je moguće provesti posebna testiranja mijenjajući samo ta dva parametra. Parametru β proizvoljno je dodijeljena vrijednost 1 za sva testiranja.

Tablica 5.2 Rezultati mjerenja za vidljivost

Broj mrava	Broj ciklusa	ρ^2	α	β	Put u 10. ciklusu	Ciklus-najbolji put
10	10	0,007	2	1	220	4.
50	10	0,007	2	1	152	4.
100	10	0,007	2	1	92	3.
500	10	0,007	2	1	40	10.
1000	10	0,007	2	1	36	9.
2000	10	0,007	2	1	32	7.

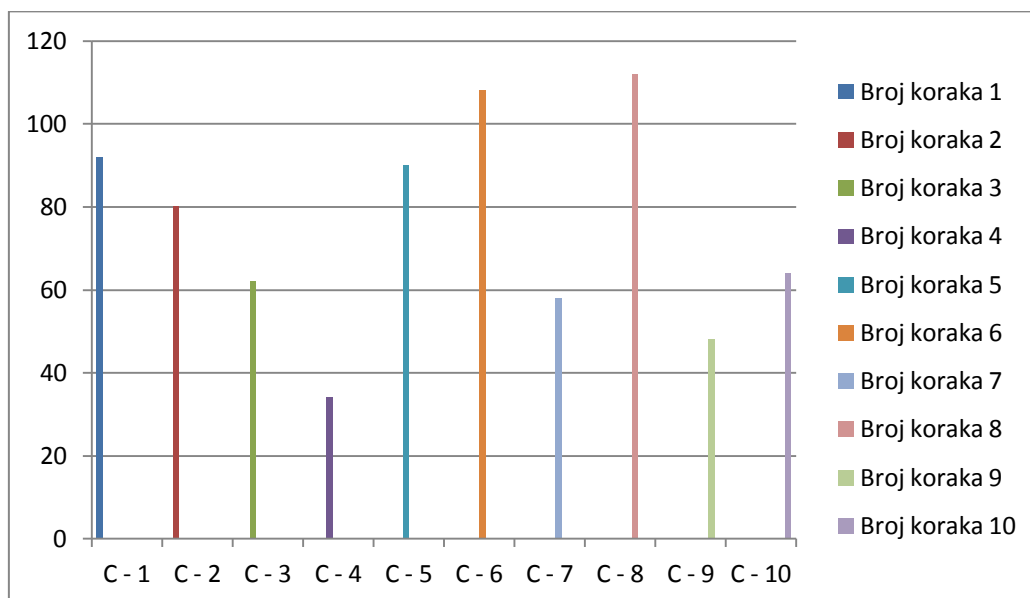
U dijagramu na slici 5.7 prikazani su rezultati mjerenja za skupinu od 10 mrava iz čega je vidljivo da za razliku od mrava u algoritmu bez vidljivosti u ponekim ciklusima mravi se poprilično približe idealnom putu, međutim, zbog prebrzog isparavanja feromona taj put ispari te mravi ponovno počinju lutati i tražiti put, stoga je kvaliteta rješenja pred sam kraj ciklusa lošija nego u 3. i 4. ciklusu.

² Brzina isparavanja feromona



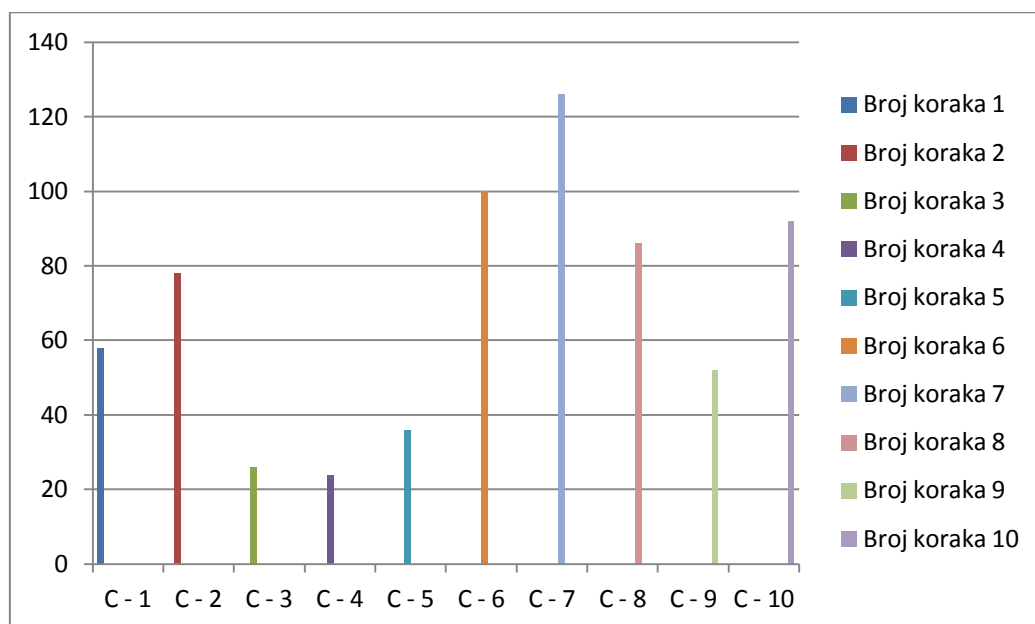
Slika 5.7 Dijagramski prikaz koraka za 10 mrava

U dijagramu na slici 5.8 prikazano je testiranje za 50 mrava te je moguće uočiti da su rezultati mjerenja mnogo bolji u odnosu na skupinu mrava od 10 jedinki. Mrav je postigao najbolje rješenje u 4. ciklusu. Vidljivo je da su se rješenja u nekim ciklusima kvarila što je ponovno uzrokovalo prevelika brzina isparavanja feromona.



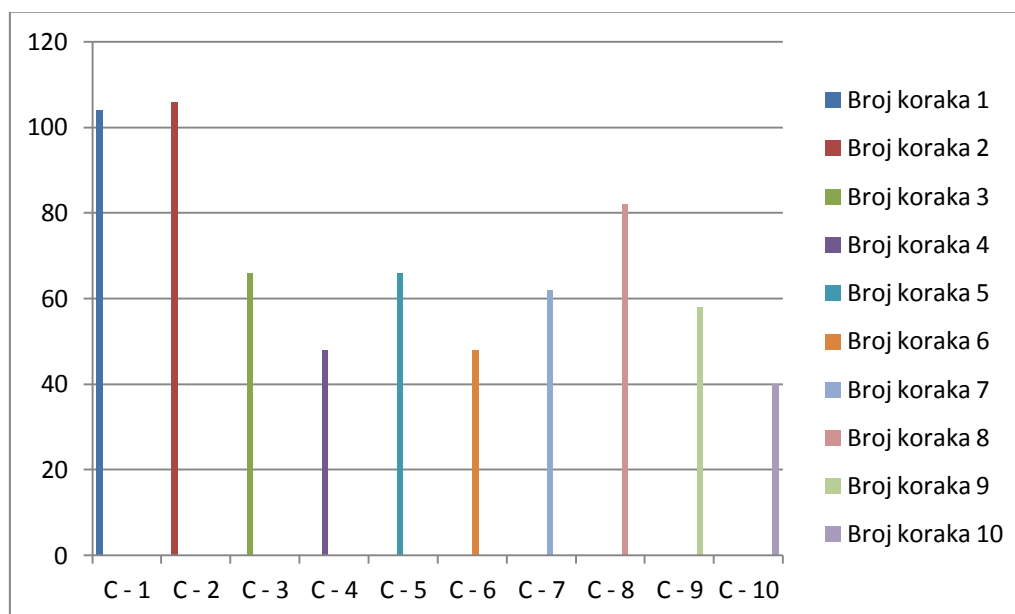
Slika 5.8 Dijagramski prikaz koraka za 50 mrava

U dijagramu na slici 5.9 za skupinu od 100 mrava ponovno je uočljiva bolja kvaliteta rješenja u odnosu na skupinu od 50 mrava, također, vidljivo je da je mrav postigao najbolji put u 4. ciklusu te da je kasnije napravio ponovno lošiji put.



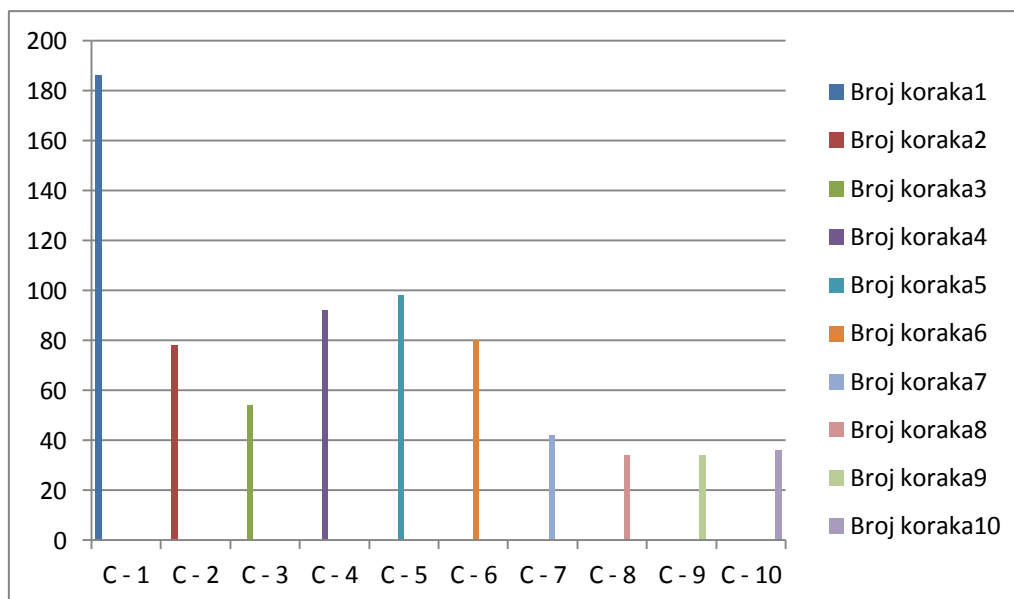
Slika 5.9 Dijagramski prikaz koraka za 100 mrava

Na slici 5.10 u dijagramu koji prikazuje testiranje za 500 mrava, najbolji rezultat postignut je u 10. ciklusu.



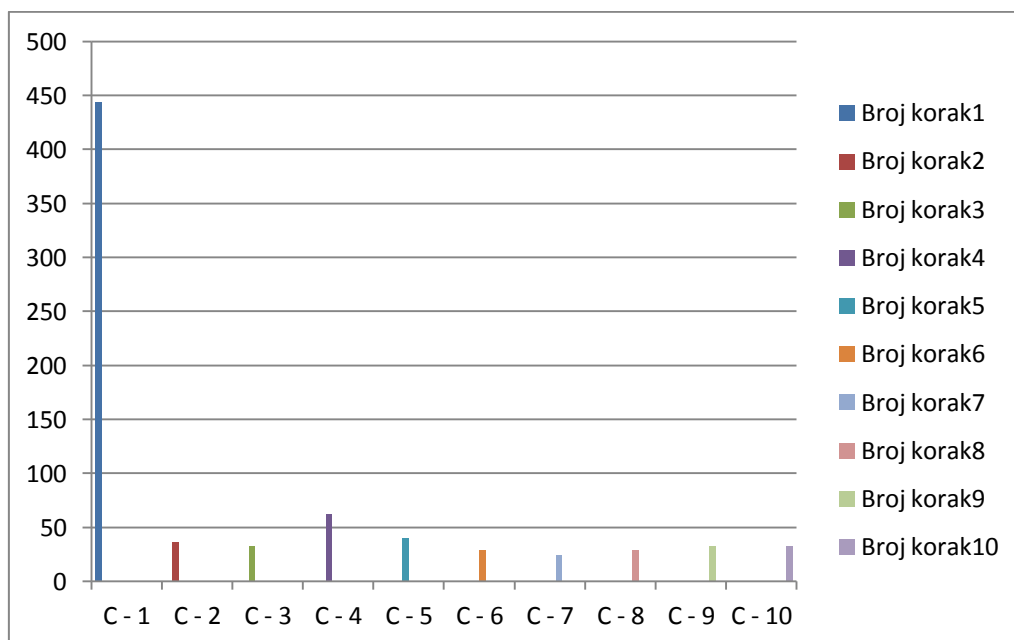
Slika 5.10 Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava

U testiranju provedenom sa 1000 mrava čiji je dijagram puta po ciklusima prikazan na slici 5.11, vidljivo je da se mrav u posljednja 3 ciklusa približio najidealnijem putu.



Slika 5.11 Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava

U dijagramu na slici 5.12 u testiranju sa 2000 mrava, najbolji mrav je postigao u 7. ciklusu.



Slika 5.12 Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava

5.2. BRZINA ISPARAVANJA FEROMONA ρ

Isparavanje feromona važan je faktor prilikom izvedbe samog ACO algoritma jer omogućuje mravima da lošiji putevi ispare. Zbog toga je taj parametar podesiv te u ovisnosti o ostalim parametrima, prilagodljiv zahtjevima algoritma.

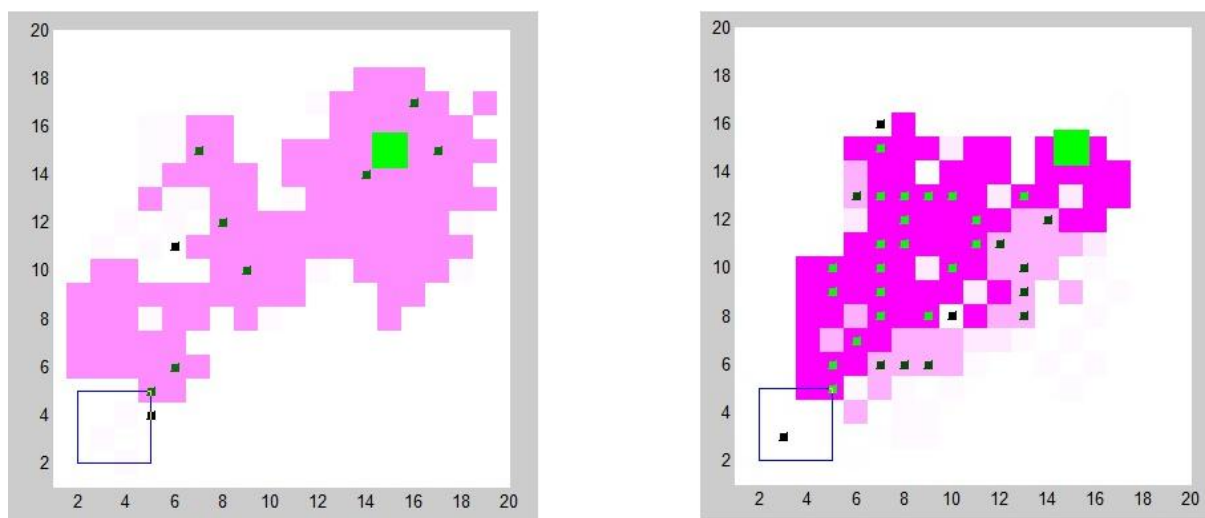
Za potrebe testiranja mravi puštaju feromon samo ukoliko nađu hranu. Prilikom same izrade algoritma postojale su inačice u kojoj mrav odmah pri izlasku iz gnijezda počinje puštati feromon te čim stigne do hrane pusti feromon na grafu, no odabrana je ova verzija koja donekle replicira stvarno ponašanje mrava u prirodi, gdje samo najbolji mrav koji nađe hranu i s njom se vrati u gnijezdo pusti feromon na grafu.

U testiranjima navedenima u prethodnom poglavlju parametar ρ imao je vrijednost 0,007, što je bio proizvoljno zadani parametar, predložen testiranjima algoritma sa 100 mrava. Pokazalo se da mijenjanjem tog parametra za neku malu vrijednost nećemo postići puno različitija rješenja, no ukoliko se odabere vrijednost primjerice 0,3 a imamo zadano polje 20 x 20 feromon će nam ishlapiti prije nego što svi mravi stignu uopće izaći iz gnijezda. Što je veći broj mrava vrijednost feromona bi se trebala također, povećavati. Zbog toga je prilikom izvođenja algoritma za skupinu od 10 mrava feromon u jednom trenutku ispario te druga skupina mrava nije imala feromone koje će pratiti, što je uvjetovalo lošim rezultatima pretrage. Sukladno tome, u posljednjem testiranju za 2000 mrava brzina isparavanja feromona može se ubrzati kako bi ostajali samo oni najbolji putevi.

Za veće udaljenosti između hrane i gnijezda potrebno je smanjiti isparavanje feromona jer je mravima potrebno više vremena za ponalaženje puta od hrane do gnijezda.

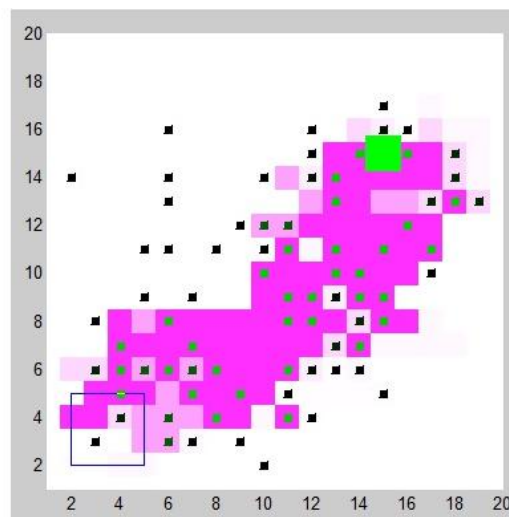
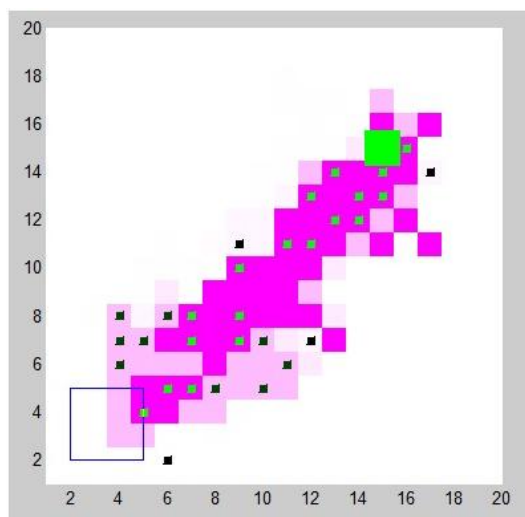
5.2.1. Različiti broj mrava

Na slici 5.13 lijevo prikazan je feromonski trag mrava u 10. ciklusu za skupinu od 10 mrava. Vidljiv je trag slabijeg intenziteta što znači da je mrav u nekom od prethodnih ciklusa napravio bolji put koji je u međuvremenu ispario. Na slici desno prikazan je feromonski trag u 10. ciklusu za skupinu od 50 mrava, gdje jači feromon predstavlja zadnji ciklus, dok drugi feromoni lošijih puteva polako isparavaju.



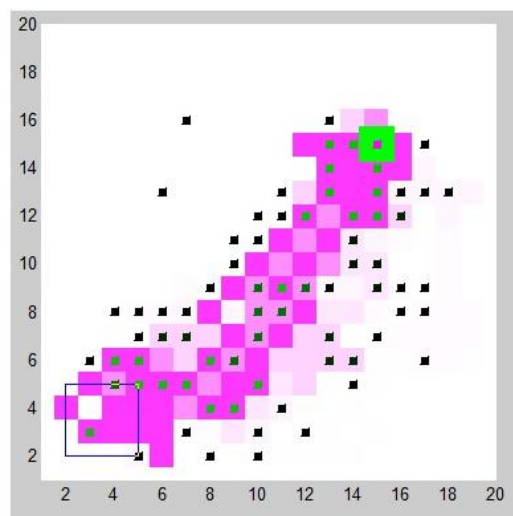
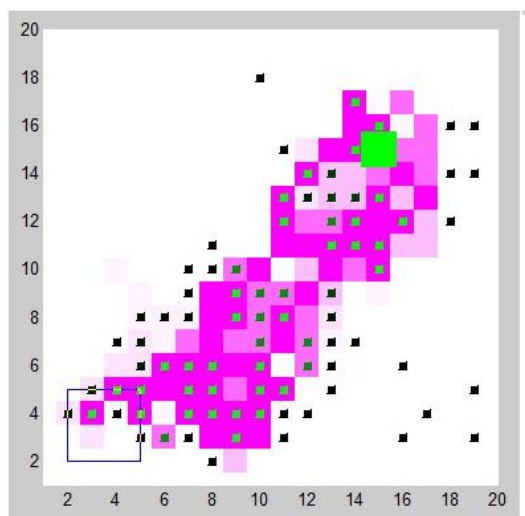
Slika 5.13 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 10 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 50 mrava

Na slici 5.14 lijevo, prikazan je trag feromona u 10. ciklusu za skupinu od 100 mrava dok je lijevi trag skupine od 500 mrava. Iz slike bi se moglo zaključiti da je put na lijevoj strani kvalitetniji i bolji iako je manji broj mrava no to predstavlja problem nasumične pretrage, svako od tih rješenja može se pokvariti u nekom od sljedećih ciklusa ili eventualno poboljšati, što nekad može biti uzrok prebrzog isparavanja feromona. U nekim se slučajevima može ispostaviti da je parametar isparavanja feromona dobro namješten dok u nekima prebrzo hlapi. Primjerice, u inačici algoritma sa vidljivosti, za ispitivanje sa 10 mrava u nekoliko navrata mravi niti nisu pronašli put do hrane i natrag.



Slika 5.14 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 100 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 500 mrava

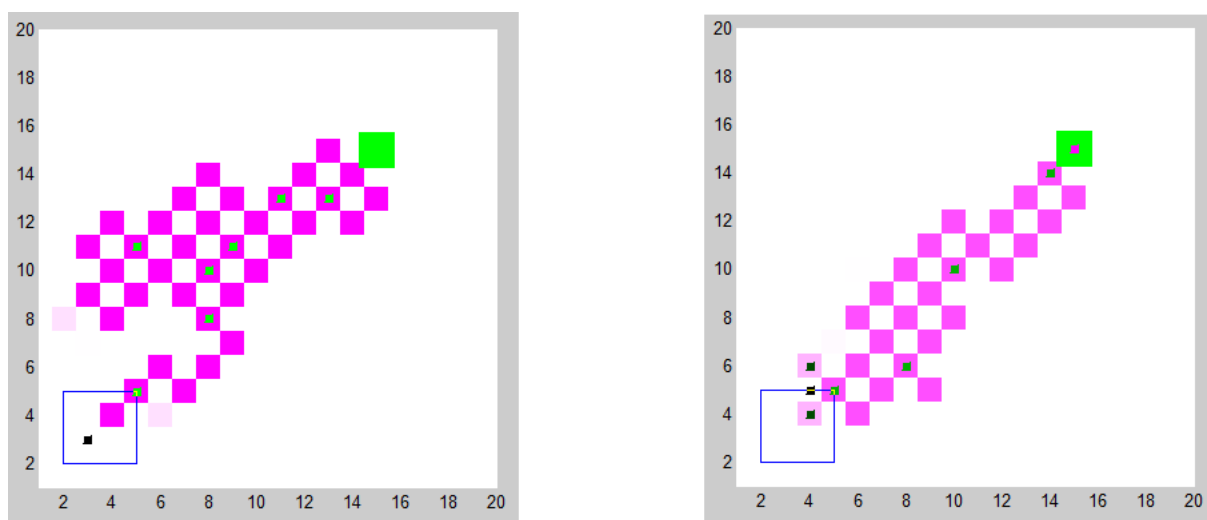
Na slici 5.15 prikazani su tragovi feromona za skupinu od 1000 i 2000 mrava u 10. ciklusu.



Slika 5.15 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava

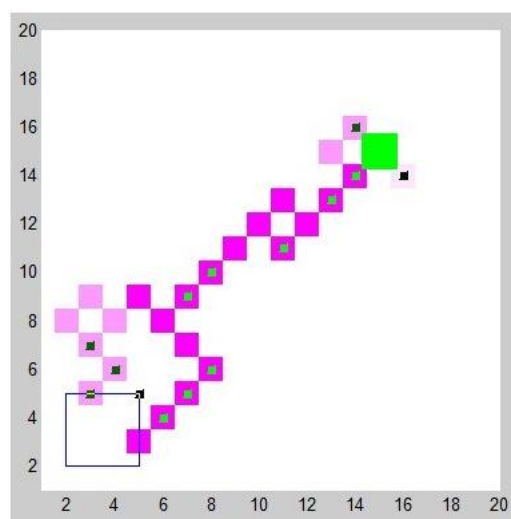
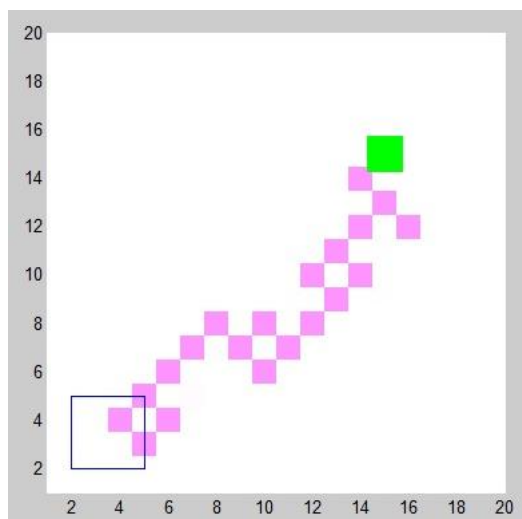
5.2.2. Vidljivost

Na slici 5.16 lijevo prikazan je trag feromona mrava u 10. ciklusu za skupinu od 10 mrava, a desno za skupinu od 50 mrava. Uspoređujući samo ova dvije slike ovisnost kvalitete rješenja mrava o njihovoj brojnosti je očita. Problem isparavanja feromona u ovom slučaju sa 10 mrava imao je probleme pri testiranju jer je feromon prebrzo hlapio što je bi vodilo do toga da na kraju ne bismo dobili nikakvav put, stoga je bilo potrebno pokretati ga nekoliko puta dok mravi ne bi pronašli najbolji put kojeg bi slijedili.



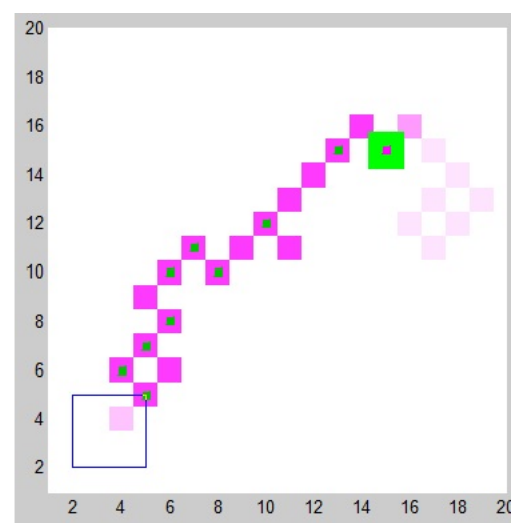
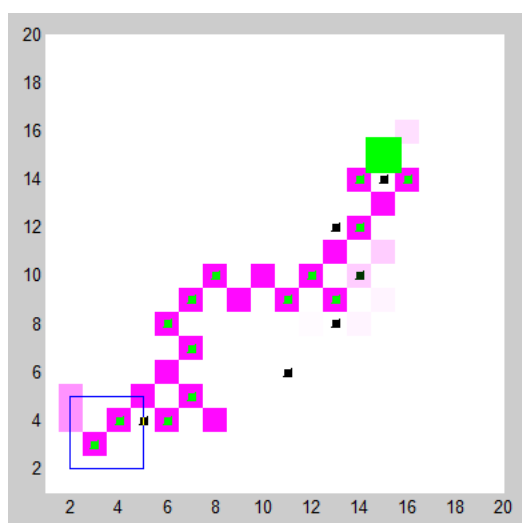
Slika 5.16 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 10 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 50 mrava

Na slici 5.17 lijevo prikazan je trag feromona skupine od 100 mrava, a desno skupine od 500 mrava, najbolji putevi na kraju približno su jednakih duljina, međutim u skupini sa 100 mrava trag koji je pušten je slabijeg inteziteta što znači da je u nekom ciklusu ranije mrav već napravio bolji put, što može uzrokovati slabljenje rješenja no ne nužno. Na slici desno vidljivo je da je najjači trag feromona odnosno, najbolji put postignut ipak u posljednjem ciklusu što bi moglo voditi u narednim ciklusima do dodatnog povećanja kvalitete puta.



Slika 5.17 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 100 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 500 mrava

Na slici 5.18 lijevo prikazan je feromonski trag skupine od 1000 mrava a desno od 2000 mrava.



Slika 5.18 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava

Iz navedenih testiranja ove dvije inačice algoritma može se zaključiti da je inačica sa vidljivosti postizala mnogo bolja rješenja. Izgled putanje mrava prilikom uporabe vidljivosti je poprilično “skockan” što može biti uzrok postavljanja hrane i gnijezda dijagonalno, pa

gledano po jednadžbi po kojoj se kreću, teže postizanju dijagonale dok u inačici mrava bez vidljivosti mravi više slobodno lutaju bez ikakve naznake o gnijezdu ili hrani.

5.3. POVEĆAVANJE POLJA

Sva testiranja algoritma do sada načinjena su za polje veličine 20 x 20 gdje je najveća udaljenost između hrane i gnijezda iznosila 20 koraka. Za potrebe testiranja udaljenosti, polje je povećano na veličinu od 30 x 30 gdje bi najoptimalniji put između hrane i gnijezda otprilike iznosio 100 koraka.

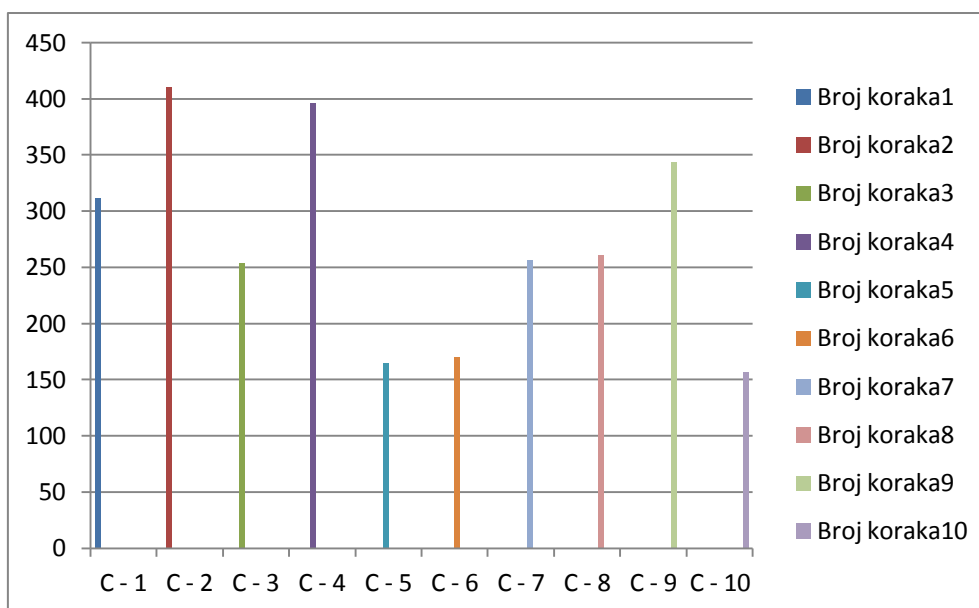
U tablici 5.3 prikazani su rezultati testiranja na polju 30 x 30 za različiti broj mrava. Zbog povećanja polja, povećan je i broj mrava, u slučaju kada bi se testiranje provodilo sa 10 mrava teško bi postigli ikakvu konvergenciju jer bi svi putevi isparili, a postoji mogućnost da u poonekom ciklusu mrav uopće ne bi pronašao put kući. Testiranje je provedeno u 10 ciklusa te za iste vrijednosti parametara hlapljenja feromona i konstante α .

Tablica 5.3 Rezultati mjerenja za različiti broj mrava na većoj udaljenosti hrane gnijezda

Broj mrava	Broj ciklusa	ρ^3	α	Put u 10. Ciklusu	Ciklus-najbolji put
500	10	0,007	2	156	10.
1000	10	0,007	2	215	2.
2000	10	0,007	2	256	6.
3000	10	0,007	2	231	9.

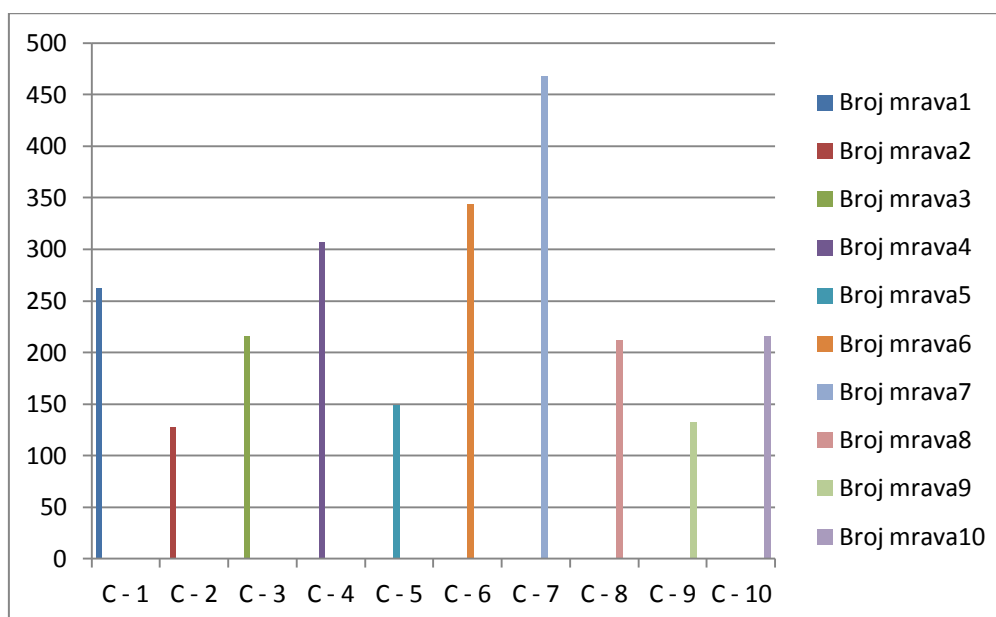
Na dijagramu na slici 5.19 prikazan je broj koraka za 1000 mrava u 10. ciklusa, te je vidljivo da je mrav postigao najbolji put u 5. ciklusu.

³ Brzina isparavanja feromona



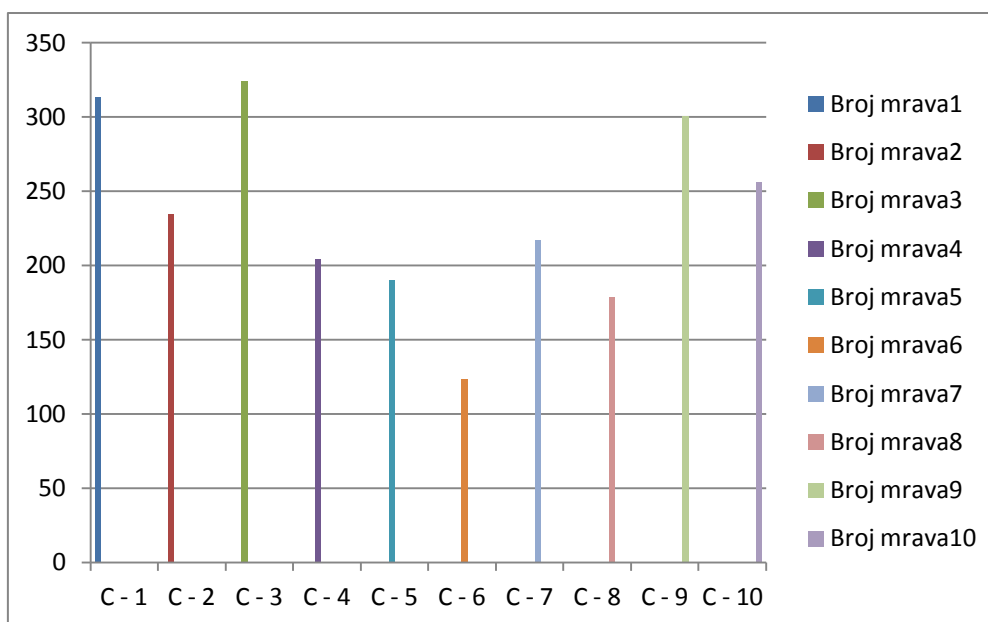
Slika 5.19 Dijagramski prikaz koraka za 500 mrava

Na slici 5.20 vidljiv je dijagramski prikaz koraka za skupinu od 1000 mrava u 10 ciklusa.



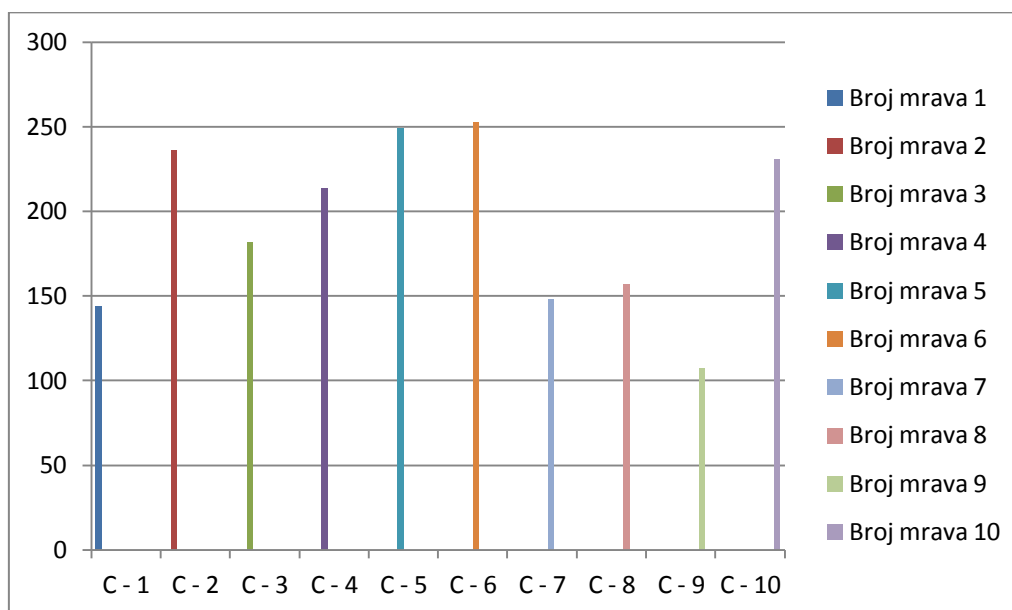
Slika 5.20 Dijagramski prikaz koraka za 1000 mrava

Na slici 5.21 prikazan je dijagram broja koraka za skupinu od 2000 mrava.



Slika 5.21 Dijagramski prikaz koraka za 2000 mrava

Slika 5.22 prikazuje dijagram koraka za skupinu od 3000 mrava u 10 ciklusa.



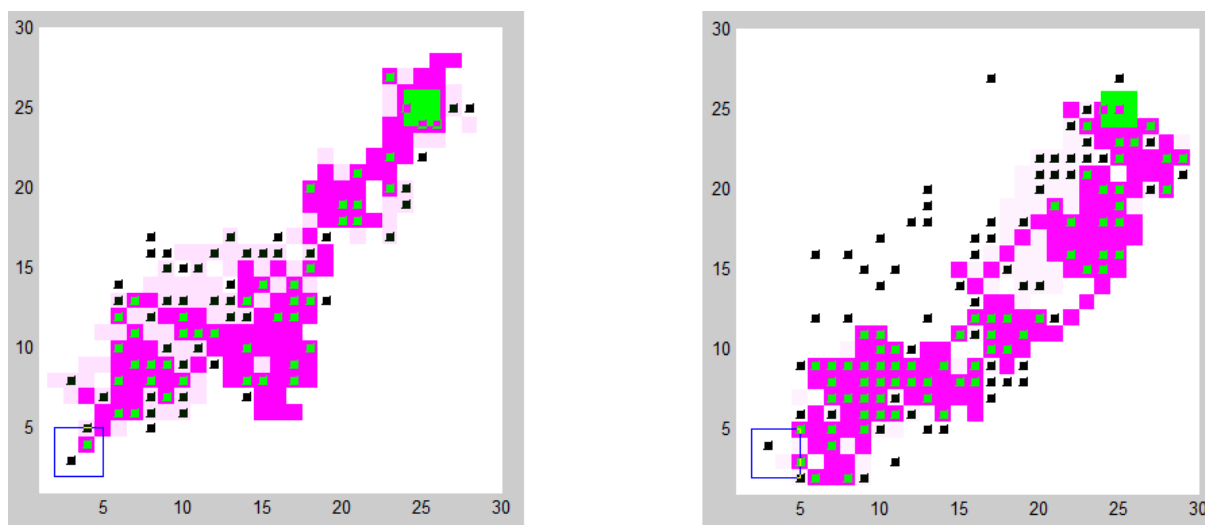
Slika 5.22 Dijagramski prikaz koraka za 3000 mrava

Prilikom testiranja ustanovljeno je da je 3000 mrava dalo najbolji put. Uspoređujući 500 i 1000 mrava teško da bi se mogla zamjetiti prednost skupine od 1000 mrava, međutim, opet dolazimo do problema slučajne pretrage, gdje kvaliteta pretrage ovisi o slučajnosti kada će se i u kojem slučaju postići najbolji put u samome početku i hoće li se mrav stići vratiti po feromonskom tragu ili će on ispariti.

5.3.1. Trag feromona

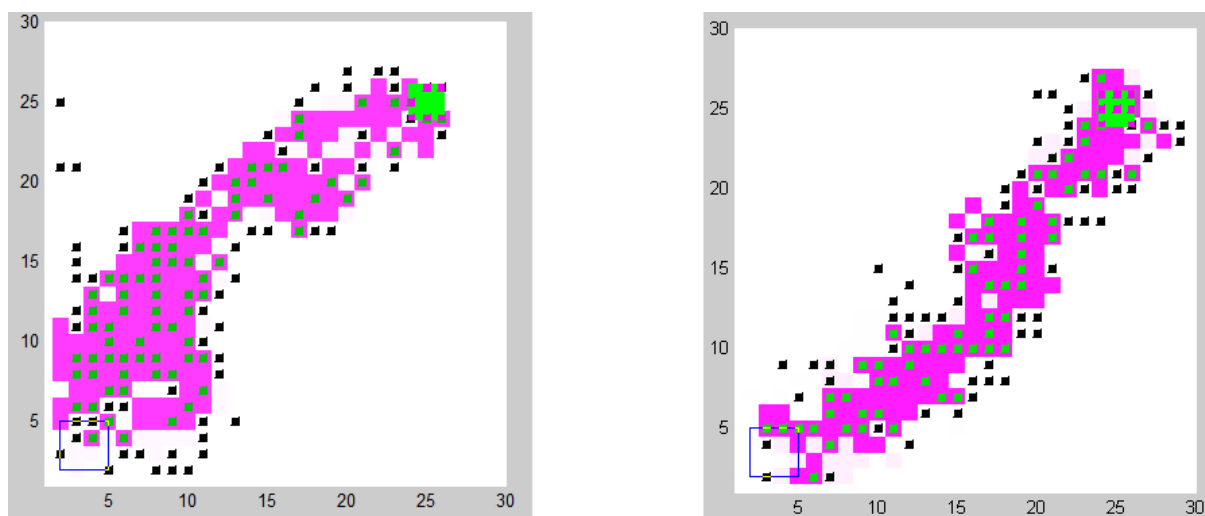
Isparavanje feromona i za ovo je testiranje iznosila 0,007 te je uočeno da ukoliko povećamo udaljenost između hrane i gnijezda trebamo smanjiti brzinu isparavanja feromona jer je mravima dulje vremena potrebno da obave put.

Na slici 5.23 lijevo prikazan je feromonski trag u 10. ciklusu za skupinu od 50 mrava, a desno je prikazan isti trag za skupinu od 1000 mrava.



Slika 5.23 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 500 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 1000 mrava

Na slici 5.24 lijevo je prikazan feromonski trag za skupinu od 2000 mrava, a na slici desno za skupinu od 3000 mrava za 10 ciklusa.



Slika 5.24 Lijevo – feromonski trag za skupinu od 2000 mrava, desno – feromonski trag za skupinu od 3000 mrava

Povećanjem polja te sukladno tome i udaljenosti hrane i gnijezda uočeno je da je potrebno povećati i broj mrava koji vrše pretragu. Razlog tome nije samo činjenica da će im vrijednost feromona prije ishlapiti prije nego li se oni vrate u gnijezdo, nego taj da postoji mogućnost da će mrav načiniti više od 1000 koraka kojima je ograničen prilikom izrade algoritma. Povećanjem maksimalnog broja koraka nećemo postići puno osim ako nam je zbilja neophodno dobiti feromonski trag. U tome slučaju mravi predugo lutaju te bi moglo potrajati satima da neki od mrava pronađe hranu s činjenicom da potencijalno polaže lošiju kvalitetu feromona koja bi isparila prije nego bi se neki drugi mrav vratio po njemu.

Kako bi se poboljšala kvaliteta pretrage mrava moguće je i povećati pregled mravljeg susjedstva koje je do sada bilo samo 8 polja te bi tad njegova vidljivost feromona dosezala 24 polja što bi moglo uzrokovati još boljim rješenjima pretrage.

6. PRIMJENA ACO ALGORITAMA

Danas postoje brojne dostupne uspješne primjene ACO metaheuristike koje se koriste za rješavanje kombinatornih problema. Gledano sa strane primjene moguće je podijeliti primjenu algoritama na statičke i dinamičke probleme kao što je prikazano u tablicama 6.1 i 6.2. Zbog brojnih primjena i različitih varijacija algoritama u radu su pojašnjeni tek pojedini primjeri kako bi se stekao uvid u različitost mogućnosti primjene.

Statički su problemi oni kod kojih su karakteristike problema zadane jednom i za stalno kada se problem definira i ne mijenjaju za vrijeme postizanja rješenja algoritma. Primjer takvog slučaja je najčeći problem rješavanja, Problem trgovačkog putnika - TSP. I sam osnovni algoritam optimiranja kolonijom mrava, primjer je statičkog problema je su lokacija hrane i gnijezda te njihova međusobna udaljenost unaprijed definirane te se ne mijenjaju tijekom izvedbe.

Suprotno tome, dinamički problemi definirani su kao funkcije nekakvih veličina čije se vrijednosti uvjetovane dinamikom podložnih sustava. Prilikom izvođenja dolazi do konstantnih promjena zbog kojih algoritam optimizacije mora biti u stanju pratiti promjene u okolišu te se njima istovremeno prilagođavati. Primjer ovakvog algoritma je problem rutiranja mreža u kojemu se promet podataka i topologija mreža konstantno mijenjaju kroz vrijeme. Osnovni algoritam optimiranja mravljom kolonijom može imati i inačicu dinamičkog problema gdje primjerice, izvor hrane s vremenom može nestati te se pojaviti na drugom mjestu gdje će mravi morati stvarati nove puteve do novog izvora hrane.

U Tablici 6.1 navedene su neke od primjena ACO algoritama za rješavanje statičkih optimizacijskih problema. Klasifikacija je izvršena prema primjeni te je navedena kronološkim redoslijedom. [8]

Tablica 6.1 Primjena ACO algoritama za statičke probleme [8]

Naziv problema	Autori	Godina	Naziv algoritma
TSP	Dorigo, Maniezzo i Colorni Gambardella i Dorigo Dorigo i Gambardella Stütze i Hoos Bullnheimer, Hartl i Strauss	1991. 1995. 1996. 1997. 1997.	AS Ant - Q ACS I ACS -3-opt MMAS AS _{rank}
Kvadratna dodjela	Maniezzo, Colorni i Dorigo Gmabardella, Taillard i Dorigo Stütze i Hoos Maniezzo i Colorni Maniezzo	1994. 1997. 1998. 1998. 1998.	AS - QAP HAS - QAP ⁴ MMAS - QAP AS - QAP ⁵ ANTS -QAP
Vremensko planiranje poslova (eng. <i>Job-shop scheduling</i>)	Colorni, Dorigo i Maniezzo	1994.	AS - JSP
Upravljanje vozilom (eng. <i>Vehicle routing</i>)	Bullnheimer, Hartl i Strauss Gambardella, Taillard i Agazzi	1996. 1999.	AS - VRP HAS - VRP
Slijedno rukovanje (eng. <i>Sequential ordering</i>)	Gambardella i Dorigo	1997.	HAS - SOP
Bojanje grafa (eng. <i>Graph coloring</i>)	Costa i Hertz	1997.	ANTCOL
Najkraći zajednički slijed (eng. <i>Shortest common supersequence</i>)	Michael i Middendorf	1998.	AS - SCS

⁴ HAS – QAP je algoritam koji ne prati sve aspekte ACO metaheuristike⁵ Ovaj algoritam je varijanta izvornog AS -QAP

U Tablici 6.2 navedene su neke od mogućih primjena ACO algoritama za rješavanje dinamičkih optimizacijskih problema. Klasifikacija je izvršena prema primjeni te je poredana kronološkim redoslijedom. [8]

Tablica 6.2 Primjena ACO algoritama za dinamičke probleme [8]

Naziv problema	Autori	Godina	Naziv algoritma
Rutiranje mreža (eng. <i>Connection- oriented network routing</i>)	Schoonderwoerd, Holland, Bruten i Rothkrantz	1996.	ABC
	White, Pagurek i Oppacher	1998.	ASGA
	Di Caro i Dorigo	1998.	AntNet - FS
	Bonebeau, Henaux, Guerin, Snyers, Kuntz i Theraulaz	1998.	ABC - smart ants
Rutiranje mreža (eng. <i>Connection-less network routing</i>)	Di Caro i Dorigo	1997.	Ant-Net i AntNet-FA
	Subramanian, Druschel i Chen	1997.	Regular ants
	Heusse, Guerin, Snyers i Kuntz	1998.	CAF
	Van der Put i Rothkrantz	1998.	ABC - backward

6.1.PRIMJENA ACO ZA RJEŠAVANJE STATIČKIH PROBLEMA

Statički problemi kako je već navedeno, su problemi u kojima se karakteristike problema zadaju jednom i ostaju nepromijenjene prilikom definiranja samog problema te se ne mijenjaju tijekom izvršavanja algoritma. Jedan od takvih primjera kao što je već u radu ranije napomenuto je TSP u kojem su lokacije gradova te njihova relativna udaljenost zadane unaprijed te predstavljaju dio definicije problema i ne mijenjaju se tijekom izvedbe.

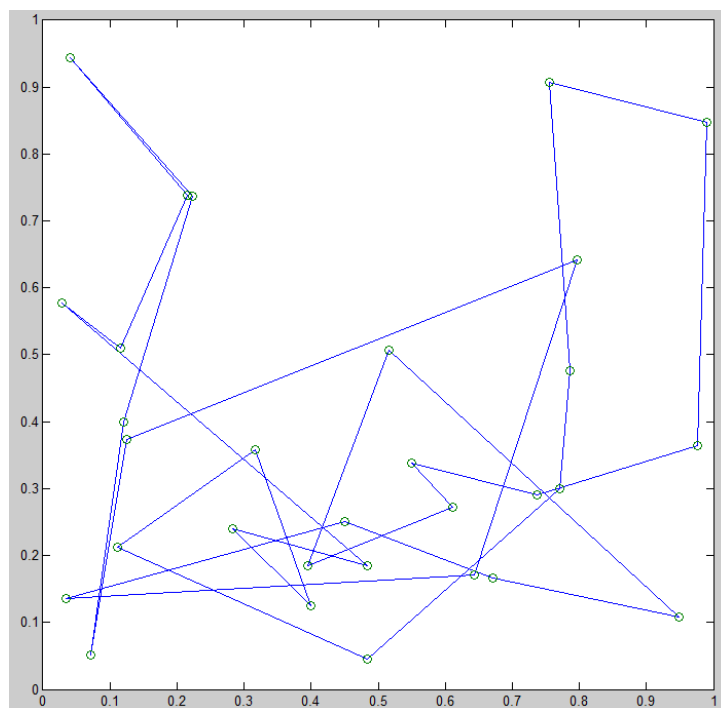
Veliki broj ACO algoritama navedenih u tablici 3 inspirirani su Mravljim sustavom - AS koji je prvi algoritam predstavljen za rješavanje složenih optimizacijskih problema te čini suštinu algoritma za rješavanje problema trgovačkog putnika.

6.1.1. Primjena optimiranja mravljom kolonijom za rješavanje problema trgovačkog putnika

Problem trgovačkog putnika jedan je od najpoznatijih optimizacijskih problema te predstavlja prvi problem optimiziran kolonijom mrava. Glavni razlog zbog kojeg je TSP jedan od najistraživanijih algoritama jest vrlo jednostavna implementacija.

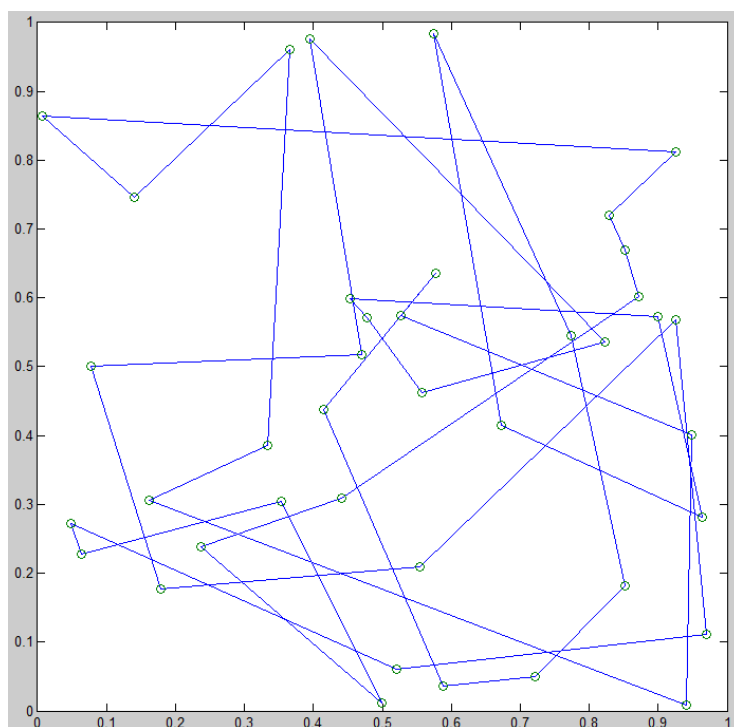
ACO algoritam za rješavanje problema trgovačkog putnika počiva na ideji da trgovački putnik mora obići sve gradove koji su mu zadani, no svaki grad smije obići samo jednom. Pitanje koje se postavlja jest kojim redoslijedom obići sve gradove ako su udaljenosti među njima različite.

Problem se odvija sa n brojem gradova koji su zadani kao točke u ravnini, međusobno udaljene za neki konstanti iznos. Cijeli proračun i analogija odvija se na sličan način kao i sam ACO algoritam, jedino je vidljivost integrirana u formulu za odabir vjerojatnosti puta pojedinog mrava. Rješenje implementacije algoritma u MatLabu prikazano je na slici 6.1 gdje točke na grafu predstavljaju gradove, a linije koje spajaju gradove predstavljaju najoptimalniji put. Kod za trgovačkog putnika preuzet je sa internetske stranice navedene u literaturi pod brojem [9].

**Slika 6.1** TSP za 30 gradova

Ovaj primjer prikazuje 30 gradova kroz koje pojedini mrav mora proći pritom se odlučujući za najkraći put.

Na slici 6.2 prikazan je problem za rješavanje trgovačkog putnika kroz 40 gradova.

**Slika 6.2** TSP za 40 gradova

6.2. PRIMJENA ACO ZA RJEŠAVANJE DINAMIČKIH PROBLEMA

Dinamički problemi definirani su kao funkcija pojedinih veličina čije vrijednosti ovise o određenim promjenama u sustavu. Problem se konstanto mijenja stoga algoritam mora pratiti promjene te im se sukladno tome prilagođavati. Kao primjer navedena je primjena optimiranja mravljom kolonijom za pronalaženje najkraćeg puta mobilnog robota, gdje se robot susreće s različitim preprekama koje mora zaobići.

Sam osnovni algoritam optimiranja mravljom kolonijom može se svrstati u dinamičke zbog mogućnosti dodavanja različitih prepreka te se na taj način primjenjuje za pronalaženje navigacije mobilnih robota.

6.2.1. Primjena optimiranja mravljom kolonijom za pronalaženje navigacije mobilnih robota

Planiranje puta ili robotska navigacija može se odvijati kako u statičkim tako i u dinamičkim uvjetima. U slučaju pozicija objekta (ukoliko objekt postoji) zadana je na samom početku i ne mijenja se kroz vrijeme. U slučaju dinamičkog okruženja pozicija objekta mijenja se s vremenom.

O. Hachour predložio je algoritam za planiranje puta autonomnog mobilnog robota predviđenog za kretanje u nepoznatom okruženju. Autonomni robot kreće se od početne točke do zadanog cilja bez interakcije čovjeka, pritom izbjegavajući moguću koliziju sa različitim objektima. Optimalni put koji bi smanjio utrošak vremena, energije i troška planira se prilikom same izvedbe, iteriranjem. [9]

Pronalaženje optimiranih puteva kod mobilnih robota odvija se uporabom ACO algoritma u kojem su načinjene manje preinake kako bi se algoritam prilagodio zahtjevima kojima je mobilni robot izložen.

Daniel Angus modificirao je postojeću metaheuristiku te je sukladno tome nastao novi algoritam za pronalaženje najkraćeg puta primjenom optimiranja mravljom kolonijom - SPACO (eng. *Shortest Path Ant Colony Optimization*). Vidljivost je jedan od parametara koji najviše utječe na to gdje će se mrav kretati te pomaže mravima u prepoznavanju cilja za postizanje optimalnog puta. Vidljivost se u ovom primjeru izračunava preko formule:

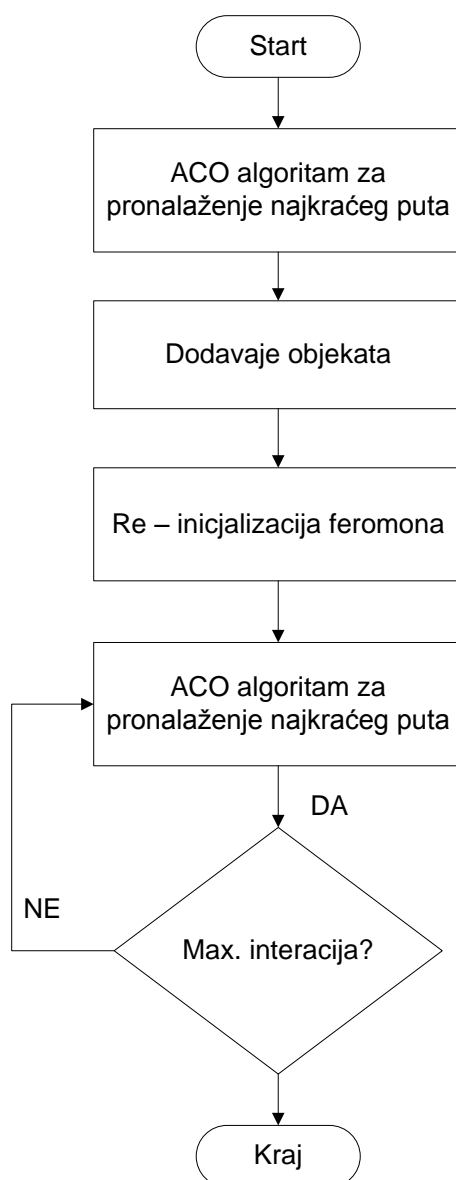
$$\text{vidljivost} = \frac{\text{udaljenost trenutne pozicije od cilja}}{\text{udaljenost potencijalne pozicije od cilja}}$$

Na svakom je kutu postavljena određena vrijenost feromona, koji postepeno isparavaju te osvježavaju prilikom svake iteracije u ovisnosti o zadanim jednadžbama. [9]

Cijeli postupak odvija se na sličan način kao u osnovnom algoritmu optimiranja mravljom kolonijom. Mravi i dalje traže put od gnijezda do hrane pritom tražeći najbolje rješenje. Pritom se izrađuje mreža, u kojoj robot ima 8 mogućih odluka: sjever, jug, istog, zapad, jugo - istok, jugo - zapad, sjevero - istok, sjevero - zapad. Svaki novi čvor može biti posjećen samo jednom što je omogućeno pamćenjem zadnjih lokacija u kojima je robot već bio. [9]

Inicijalizacija feromona igra važnu ulogu u ACO algoritmu, nakon što se prepreke dodaju, feromoni se u mreži moraju re - inicijalizirati. Postoje dvije sheme re - inicijalizacije, ona globalna i lokalna inicijalizacija čije se performance uspoređuju prilikom testiranja. [11]

Dijagram toka algoritma za pronalaženje najkraćeg puta primjenom mobilnog robota u dinamičkom okruženju prikazan je na slici 6.3.



Slika 6.3 Dijagram toka algoritma za upravljanje mobilnim robotom [11]

Kako bi se simuliralo dinamičko okruženje objekti se dodaju nakon što algoritam obavi konvergenciju. [12] Kao što je vidljivo na dijagramu toka ACO algoritam posebno je ponovno pozvati kako bi se pronašao najkraći put u novoj mreži sa objektima.

7. ZAKLJUČAK

U ovom radu opisan je osnovni algoritam optimiranja kolonijom mrava, njegov razvoj, matematički model te je na temelju toga načinjena implementacija samog algoritma. Provedena su testiranja algoritma na temelju kojih su predloženi i diskutirani optimalni parametri. Algoritam ima brojne inačice koje se mogu primjenjivati za različite statičke ili dinamičke optimizacijske probleme.

Za vrijeme izrade implementacije osnovnog algoritma optimiranja kolonijom mrava nastalo je nekoliko inačica algoritma, od kojih je odbačena verzija u kojoj mravi puštaju feromon čim izađu iz gnijezda. Ostale su dvije inačice algoritma verzija u kojoj mravi putuju od hrane do gnijezda i natrag, puštajući feromon samo u smjeru vraćanja od hrane te ista ta verzija kojoj je pridodana *vidljivost*.

Nažalost, brojnim se testiranjima pokazalo da mravi nisu uvijek u mogućnosti pronaći najbolji put zbog problema slučajne pretrage pa ukoliko im povećamo prostor pretrage i udaljenosti hrane i gnijezda rješenja će biti lošija. Posebno je taj problem izražen kod inačice algoritma sa *vidljivošću* gdje ukoliko je korišten manji broj mrava za pretragu feromon bi ispario te mravi ne bi ovisili o putevima svojih prethodnika.

Povećanje broja mrava uzrokuje poboljšanje prethodnih rezultata, a povećanjem polja potrebno je povećati broj mrava te smanjiti brzinu isparavanja feromona. Algoritam postiže izrazito dobra rješenja ako ima implementiranu *vidljivost*, osobito na polju 20 x 20 ukoliko ima više od 1000 mrava.

Najveća mana algoritma je izrazito dugo vrijeme izvedbe kada se povećava prostor pretrage, broj mrava ili broj ciklusa. Osnovni algoritam optimiranja kolonijom mrava postizao bi još bolje rezultate da su zadani parametri u algoritmu bili bolje predviđeni, ali traženje njihovog optimalnog iznosa iziskuje mnogo vremena te veće računalne resurse.

Trenutnu implementaciju algoritma moguće je uz nadogradu dodatno pospiješiti, čime bi konvergencija postala još bolja. Potrebno je napraviti dio koji će pregledavati šire susjedstvo virtualnog mrava što bi mravima omogućilo postizanje još boljeg puta.

LITERATURA

- [1] Alan Tus, DIPLOMSKI RAD br. 466 Heurističke metode lokalne pretrage primijenjene na problem izrade rasporeda sati za škole, 2012.
- [2] Karlo Knežević, ZAVRŠNI RAD br. 1991 Raspoređivanje u okružju nesrodnih strojeva uporabom evolucijskog računanja, 2011.
- [3] Dorigo, M., Stützle, T., *Ant Colony Optimization*, MIT Press, Cambridge, MA, 2004
- [4] http://www.ehow.com/how_7164662_kill-ants-outside-house.html, 22.9.2012.
- [5] <http://www.quora.com/Ant-Colony-Optimization>, 22.9.2012.
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Ant_colony_optimization_algorithms
- [7] <http://www.scribd.com/doc/80943691/65/Mravljji-algoritmi>, 10.9.2012.
- [8] Marco Dorigo and Gianni Di Caro; *Ant Algorithms for Discrete Optimization*; IRIDIA, Universit ´e Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium, 1998.
- [9] <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/0471671746.app2/pdf>, 10.9.2012
- [10] Shakti Prasad Roul; *Ant Colony Optimization Algorithm for Robot Path Planning*, 2010.
- [11] Michael Brand, Michael Masuda, Nicole Wehner, Xiao-Hua Yu; *Application of Ant Colony Optimization for finding Navigational Path of mobile robot*, 2010.

DODATAK

U nastavku se nalaze izvorni dijelovi koda te neke od najvažnijih naredbi.

Grafički dio (iscrtavanje mrava, feromona, hrane, gnijezda)

Naredba za iscrtavanje feromona na grafu

```
pheromones_grid=zeros(maxx, maxy);  
pheromones_image=zeros(maxx, maxy, 3);  
pheromones_image(:, :, 1) = 1;  
pheromones_image(:, :, 2) = 1-pheromones_grid;  
pheromones_image(:, :, 3) = 1;
```

```
himage = image(minx, miny, pheromones_image);
```

```
pheromones_image(:, :, 2) = 1-pheromones_grid;  
set(himage, 'CData', pheromones_image);
```

Naredba za iscrtavanje mrava

```
h=plot(x,y,'--rs','LineStyle','none',...  
       'MarkerEdgeColor','black',...  
       'MarkerFaceColor','black',...  
       'MarkerSize',5);  
set(h,'XData',x);  
set(h,'YData',y);  
set(h,'EraseMode','xor','MarkerSize',5);
```

Naredba za iscrtavanje hrane

```
plot(foodx, foody,'--rs','LineStyle','none',...  
     'MarkerEdgeColor','g',...  
     'MarkerFaceColor','g',...  
     'MarkerSize',25);
```

Dio algoritma prema kojem mravi odabiru vjerojatnost

```

for xi=-1:1:1
    for yi=-1:1:1
        if (xi ~= 0 || yi ~= 0)
            if (x1(i) + xi ~= zadanje_pozicije_mrava(1,
i) && y1(i) + yi ~= zadanje_pozicije_mrava(2, i))
                suma_feromona = suma_feromona +
pheromones_grid(y1(i) + yi, x1(i) + xi);
            end
        end
    end

    vjerojatnost_micanja_pjescanik=zeros(3, 3);
    vjerojatnost_micanja=zeros(8, 3);

    brojac = 1;
    for xi=-1:1:1
        for yi=-1:1:1
            if (xi ~= 0 || yi ~= 0)
                if (x1(i) + xi ~= zadanje_pozicije_mrava(1,
i) && y1(i) + yi ~= zadanje_pozicije_mrava(2, i))
                    vjerojatnost_micanja_pjescanik(xi + 2, yi
+ 2) = pheromones_grid(y1(i) + yi, x1(i) + xi)^alfa / suma_feromona^alfa;
                    if (vjerojatnost_micanja_pjescanik(xi +
2, yi + 2) > 0)
                        vjerojatnost_micanja(brojac, 1) =
vjerojatnost_micanja_pjescanik(xi + 2, yi + 2);
                    else
                        vjerojatnost_micanja(brojac, 1)=0;
                    end
                    vjerojatnost_micanja(brojac, 2) = xi;
                    vjerojatnost_micanja(brojac, 3) = yi;
                    brojac=brojac+1;
                end
            end
        end
    end

    a = 0;
    b = 1;
    gdje_idem = a + (b-a).*rand(1,1);
    donja_g = 0;
    gornja_g = 0;

    for vj_i=1:1:8
        gornja_g = donja_g + vjerojatnost_micanja(vj_i, 1);

        if ((gdje_idem > donja_g) && (gdje_idem <=
gornja_g))
            moveX = vjerojatnost_micanja(vj_i, 2);
            moveY = vjerojatnost_micanja(vj_i, 3);
            ant_moved=1;
        end

        donja_g = gornja_g;
    end

```

Isparavanje feromona

```
[m, n] = size(pheromones_grid);
for i = 1:1:m
    for j = 1:1:n

        pheromones_grid(i, j) = pheromones_grid(i, j) * (1 - ro);
        if pheromones_grid(i, j) <= 0
            pheromones_grid(i, j) = 0.05;
        end
        if pheromones_grid(i, j) > 1
            pheromones_grid(i, j) = 1;
        end

    end
end
```

Rang lista

```
p2=sort(broj_koraka2, 'descend');
broj_koraka2;

vrijednost_feromona2 = linspace(0.1,1,num_found2);

for j=1:1:max_ants2
    for k = 1:1:1
        if p2(k) == broj_koraka2(j);
            if broj_koraka2(j) >0
                for ck=1:1:broj_koraka2(j)
                    koraci_po_iteraciji(drugi_mravi_iteracija) =
broj_koraka2(j);
                    if (broj_koraka2(j) > min(koraci_po_iteraciji))
                        if (pheromones_grid(put_mrava2(ck, 2, j),
put_mrava2(ck, 1, j)) < min(koraci_po_iteraciji) / (broj_koraka2(j)))
                            pheromones_grid(put_mrava2(ck, 2, j),
put_mrava2(ck, 1, j)) = min(koraci_po_iteraciji) / (broj_koraka2(j));
                        end
                    else
                        if (pheromones_grid(put_mrava2(ck, 2, j),
put_mrava2(ck, 1, j)) < vrijednost_feromona2(k))
                            pheromones_grid(put_mrava2(ck, 2, j),
put_mrava2(ck, 1, j)) = vrijednost_feromona2(k);
                        end
                    end

                end

            end

        end

    end

end
```

PRILOZI

1. CD-R disc